

# 平滑化有限要素法による ゴム大変形の高精度解析

大西 有希（東京工業大学）

# 目次

1. 研究背景・目的

2. 提案手法

～平滑化有限要素法の基本と最新動向～

3. 検証解析例

4. デモ解析例

5. まとめ

# 1. 研究背景・目的

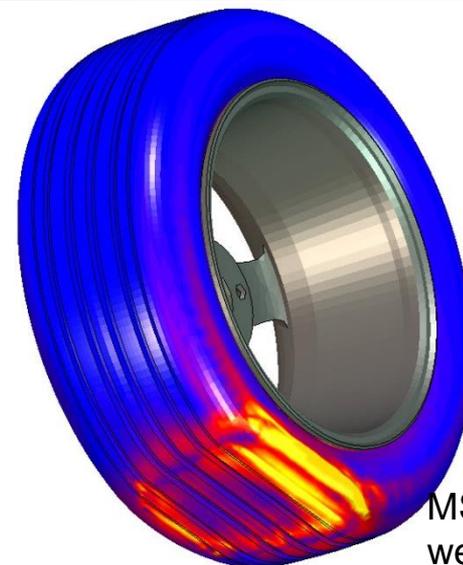
# 研究背景

## 【実現したい内容】

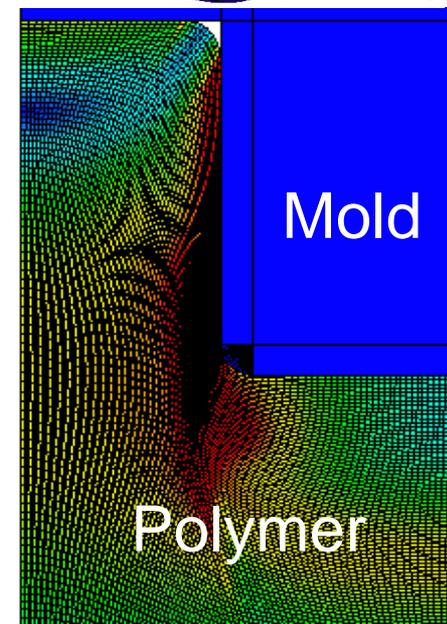
- 「超」大変形問題を高精度かつ安定に解きたい.
- 複雑形状の問題も解きたい.
- 微圧縮性材料も解きたい.
- 自動リメッシングも実現したい.
- 接触も扱いたい.

## 【最終目標】

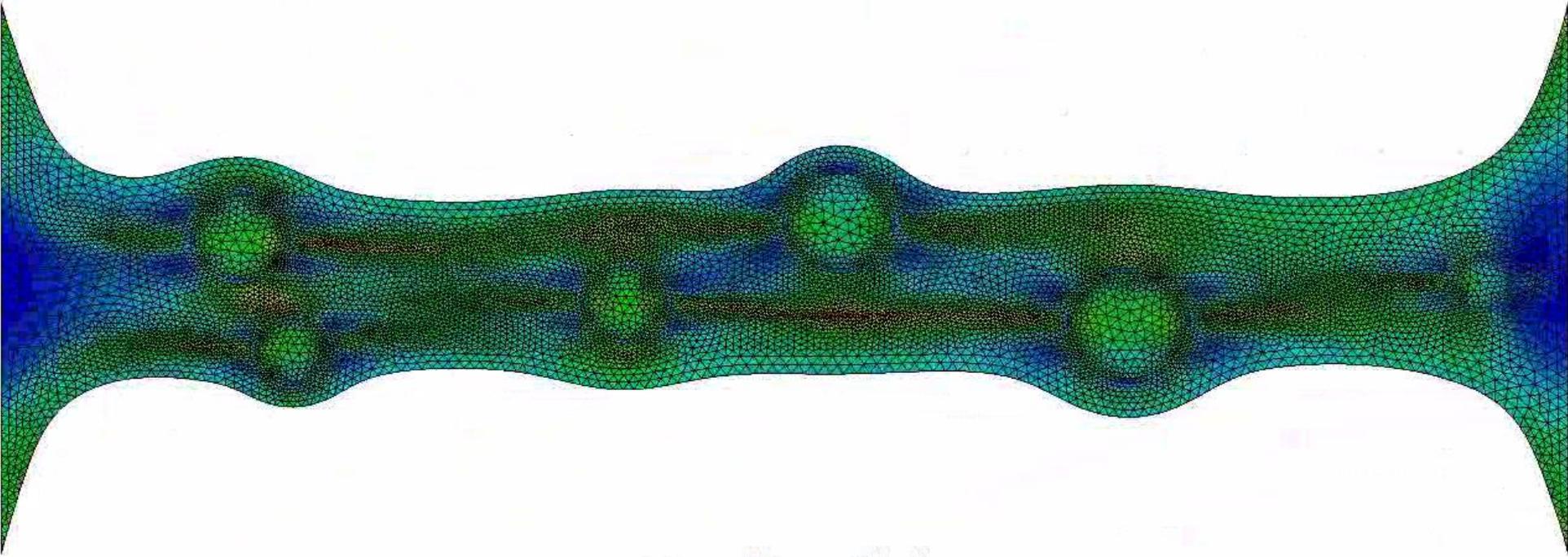
- タイヤゴムの大変形解析
- 熱ナノインプリント樹脂成形解析



MSCSoftware  
webページより



# 実現したい解析のイメージ(先出し)



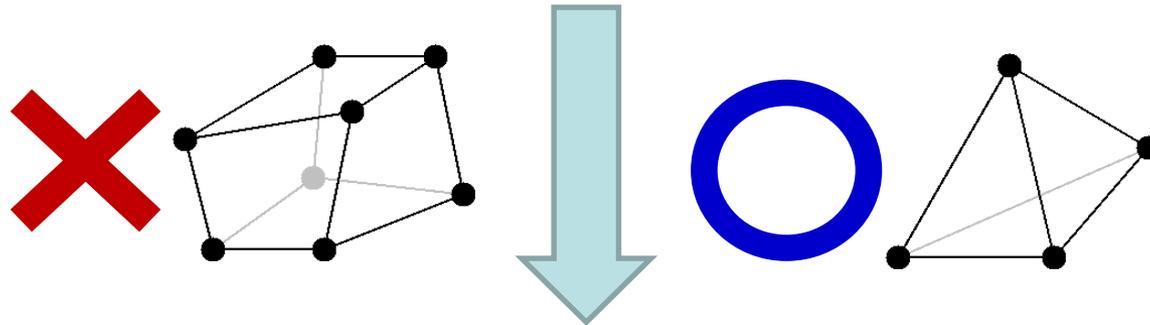
フィラー充填  
ゴムの引張

- 大変形
- 複雑形状
- 微圧縮性
- 自動リメッシング
- (接触)
- (3次元)



# 問題点その1

複雑形状の問題あるいは自動リメッシングを要する問題に現れる任意の領域を良質な六面体要素でメッシングすることが出来ない。



四面体要素を使用せざるを得ない。

しかし、標準的な(定ひずみ)四面体要素は容易にせん断ロッキング、体積ロッキング、および圧力振動を引き起こす為、低精度な解しか得ることが出来ない...

# 問題点その2

四面体を用いるロッキングフリーな既存手法は微圧縮性材料の解析において**精度と安定性などに問題**がある。

## ■ 高次要素：

✗ 体積ロッキングが不可避。

中間節点の存在による接触や大変形の精度低下と不安定。

## ■ 拡張ひずみ仮定法(EAS)：

✗ 擬似ゼロエネルギーモードにより不安定。

## ■ B-bar法, F-bar法, Selective法：

✗ 四面体要素にはそのまま適用できない。

## ■ F-barパッチ法：

✗ 良いパッチを作ることが難しい。

## ■ u/p混合(ハイブリッド)法：

✗ 今のところ完全に満足できる定式化が提案されていない。

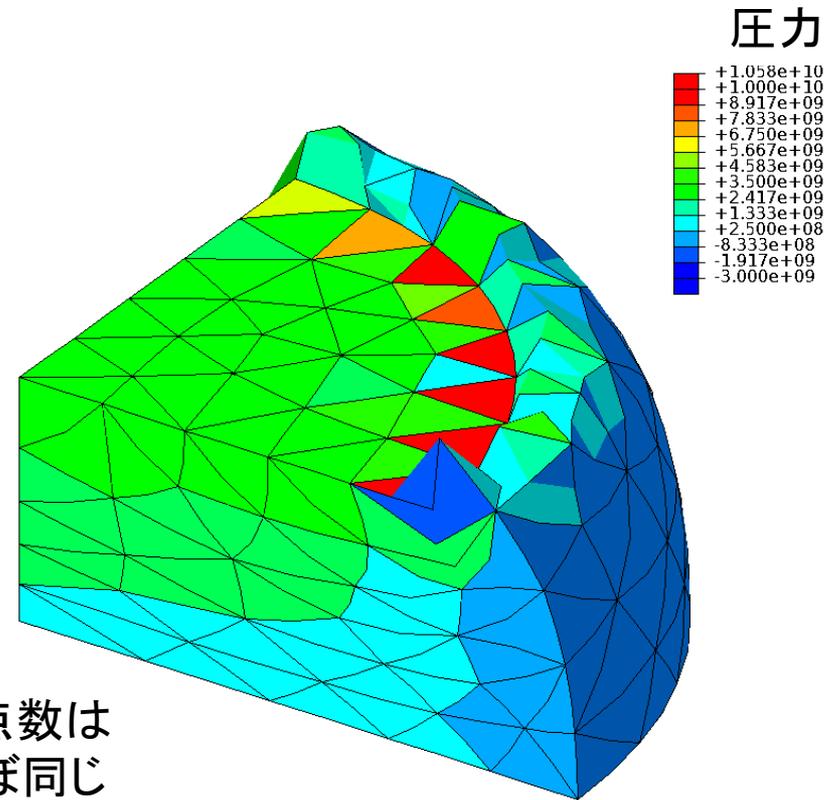
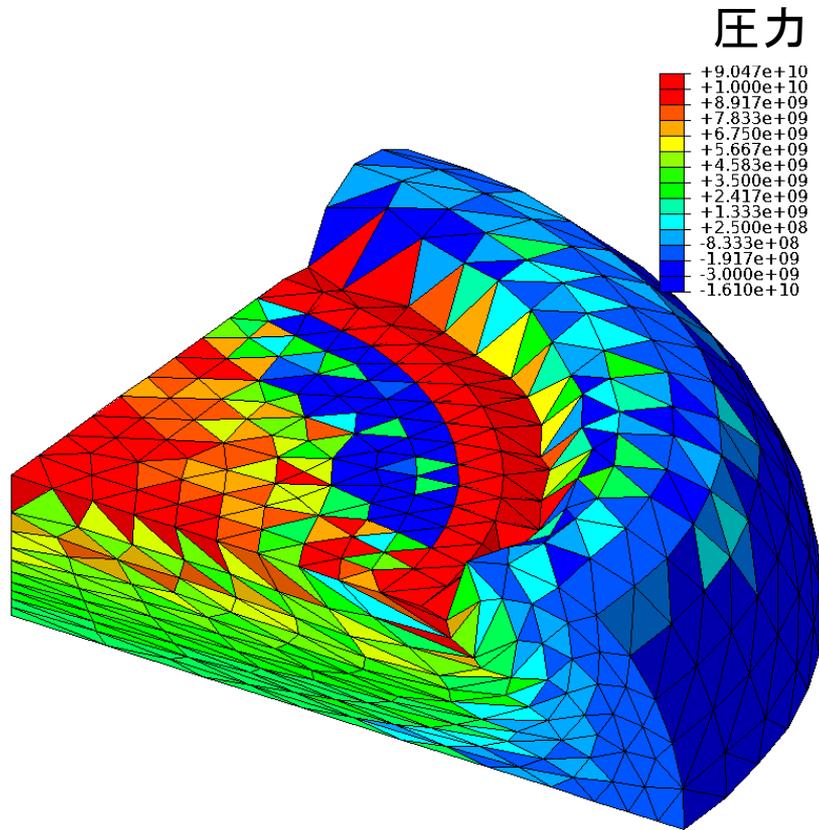
ただし、ある程度許容出来るものは提案されている。

(例：ABAQUS/Standardの「**C3D4H**」や「**C3D10MH**」など)



# 問題点その2(つづき)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean超弾性体,  $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は  
ほぼ同じ

四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動あり.
- ✗ コーナーロッキングあり.

四面体2次修正ハイブリッド要素(C3D10MH)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✗ 内挿の精度低下あり.
- ✗ 早期の収束困難あり.

# 解決策

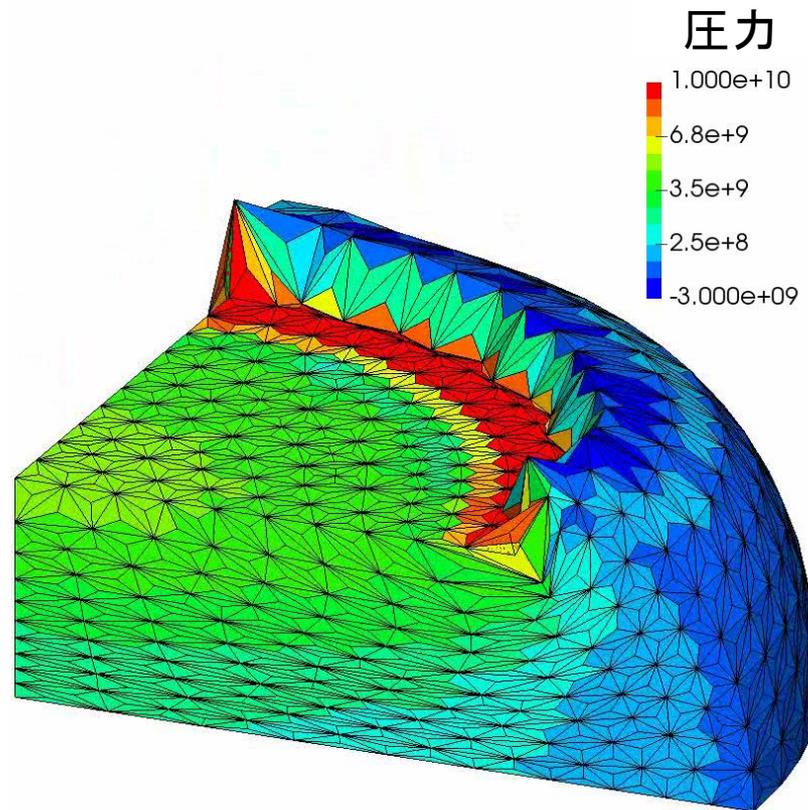
平滑化有限要素法 (Smoothed Finite Element Method: S-FEM) という新しい有限要素定式化のアイデア (詳細は後述) が近年提案され, 研究が進んでいる.



- 4節点四面体要素 (中間節点なし)
  - せん断 / 体積 / コーナーロッキングフリー
  - 圧力振動フリー
  - 大変形でも安定
- の全てを満足する方法が確立されつつある.

# 最新型のS-FEM解析例(先出し)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean超弾性体,  $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は  
先程と同じ.

F-barES-FEM-T4 (提案する新しい平滑化有限要素法)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動は充分小さい.
- ✓ コーナーロッキングも充分小さい.

# 研究目的

平滑化有限要素法(S-FEM)のアイデアに基づき,

- 4節点四面体要素(中間節点なし)
- せん断／体積／コーナーロッキングフリー
- 圧力振動フリー
- 大変形でも安定

の全てを満足する定式化手法を確立させる。

## 2. 提案手法

# ～平滑化有限要素法の基本と最新動向～

少々マニアックな内容が出てきますが、  
極力平易に話しますのでお付き合いください。



# Smoothed Finite Element Method (S-FEM)とは?

- G. R. Liuらが2007年に提案した新しいFEMの定式化.
- 歪み平滑化手法(strain smoothing)の一種.
- 歪みを要素で直接評価せず, **周辺の要素を見渡して平滑化した(ならした)歪み**を用いる.



注)「S-FEM要素」というものは存在しない.

その代わりに「**歪み平滑化領域**」なる概念が生じる.

- 歪みをどの場所でどの様に平滑化するかによって様々なタイプのS-FEM定式化を作ることが出来る.

# 様々なタイプのS-FEM

## ■ S-FEMの基本形(3種類):

1. 節点で平滑化するNode-based S-FEM (**NS-FEM**)
2. 要素辺で平滑化するEdge-based S-FEM (**ES-FEM**)
3. 要素面で平滑化するFace-based S-FEM (**FS-FEM**)

## ■ S-FEMの発展形(多種類):

- 基本形3種と標準的FEMを適当に合算する方法.  
 $\alpha$ -FEM,  $\beta$ -FEM等 ← 割愛
- 基本形3種の内2種を選択的積分の要領で合算する方法.  
Selective ES/NS-FEM等 ← (事実上の)標準型
- NS-FEMとES-FEMをF-bar法で合成する方法.  
F-barES-FEM等 ← 最新型

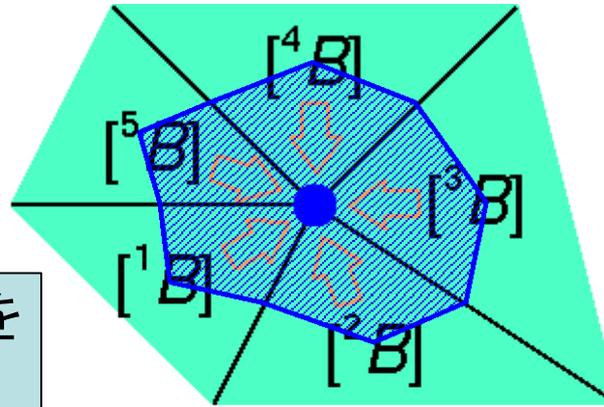
簡単のため, 2次元三角形(T3)要素を用いた  
NS-FEM, ES-FEM, Selective ES/NS-FEM, F-barES-FEM  
について順に解説します.



# [基本形] 節点ベースS-FEM (NS-FEM)の概要

- 要素の $[B]$ を通常のFEMと同様に計算する.
- 要素の $[B]$ を周囲の節点に要素体積を重みとして配り, 節点で平均化して $[^{\text{Node}}B]$ を作る.
- 節点の平滑化領域の量として歪み, 応力, 節点内力を計算する.

要は, 積分点を  
節点に置くイメージ.



せん断／体積ロッキングを  
抑えることができる.

微圧縮材料では圧力振動  
をある程度抑えられる.

$[^{\text{Node}}B]$

Node  $T$

$\{f^{\text{int}}\}$

**NS-FEM**

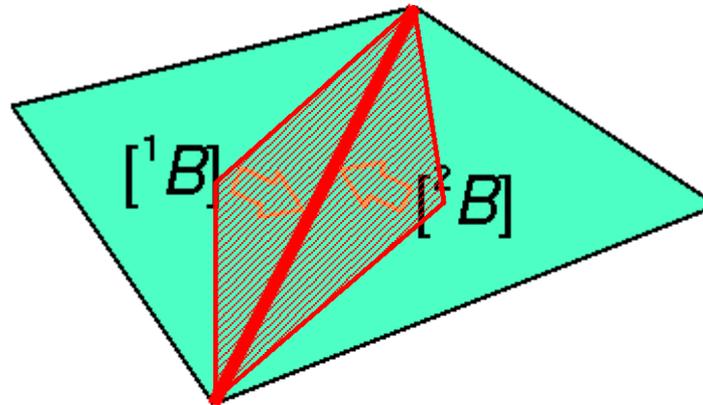
コロケーション法になる為,  
擬似ゼロエネルギーモードが  
発生してしまう.

# [基本形] 辺ベースS-FEM (ES-FEM)の概要

- 要素の $[B]$ を通常のFEMと同様に計算する.
- 要素の $[B]$ を周囲の**辺**に要素体積を重みとして配り,  
**辺**で平均化して $[{}^{\text{Edge}}B]$ を作る.
- **辺**の平滑化領域の量として歪み, 応力, 節点内力を計算する.

要は, 積分点を  
辺に置くイメージ.

せん断ロッキングを  
抑えることが出来る.  
しかもせん断変形の  
解析精度は高精度.



体積ロッキングや  
圧力振動を抑える  
ことは出来ない.

$[{}^{\text{Edge}}B]$

Edge  $T$

$\{f^{\text{int}}\}$

**ES-FEM**

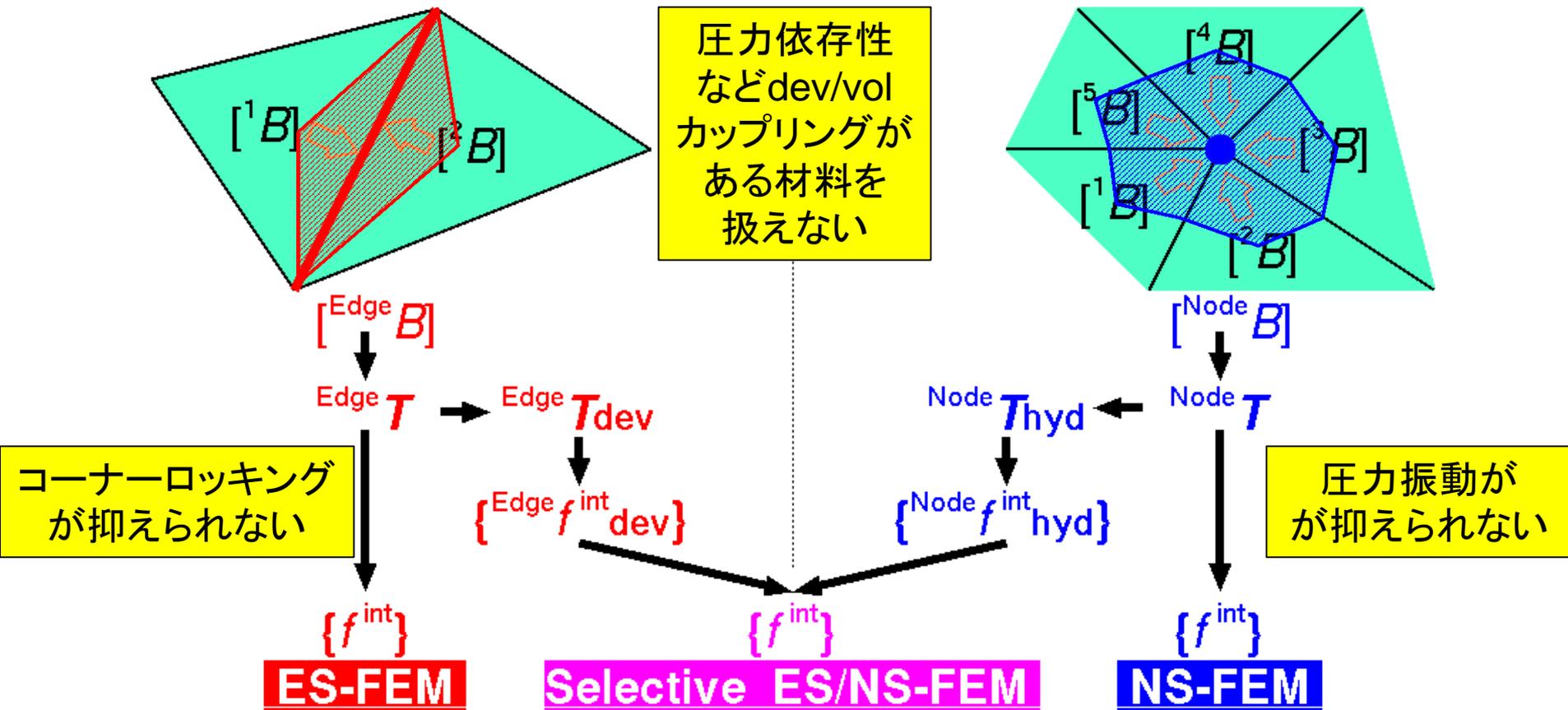
微圧縮性材料や塑性材料  
を対象としないならば,  
ES-FEMで充分高精度.  
**でもゴムには使えない!**



# [発展形の標準型] Selective ES/NS-FEMの概要

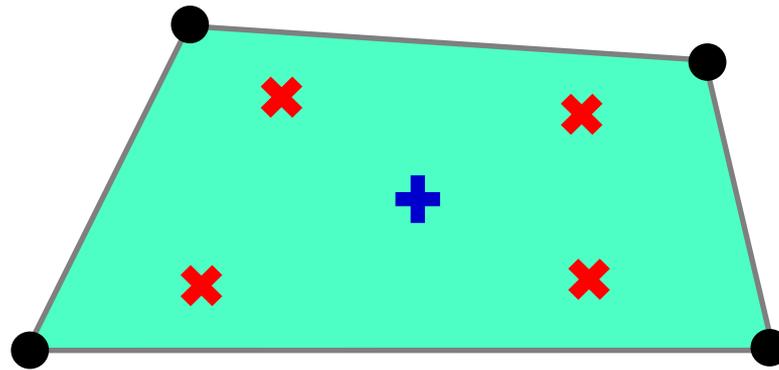
- 歪みと応力をエッジ(ES-FEM)とノード(NS-FEM)で各々計算する.
- エッジの偏差(deviatoric)応力成分およびノードの静水圧(hydrostatic)応力成分による節点内力寄与を各々計算し合算する.

高精度でせん断・体積ロッキングを回避し, ほぼ任意の材料モデルに適用可能



# (最新型の説明の前に…) F-bar法のおさらい

四角形(Q4)要素  
および  
六面体(H8)要素  
のための手法



## アルゴリズム

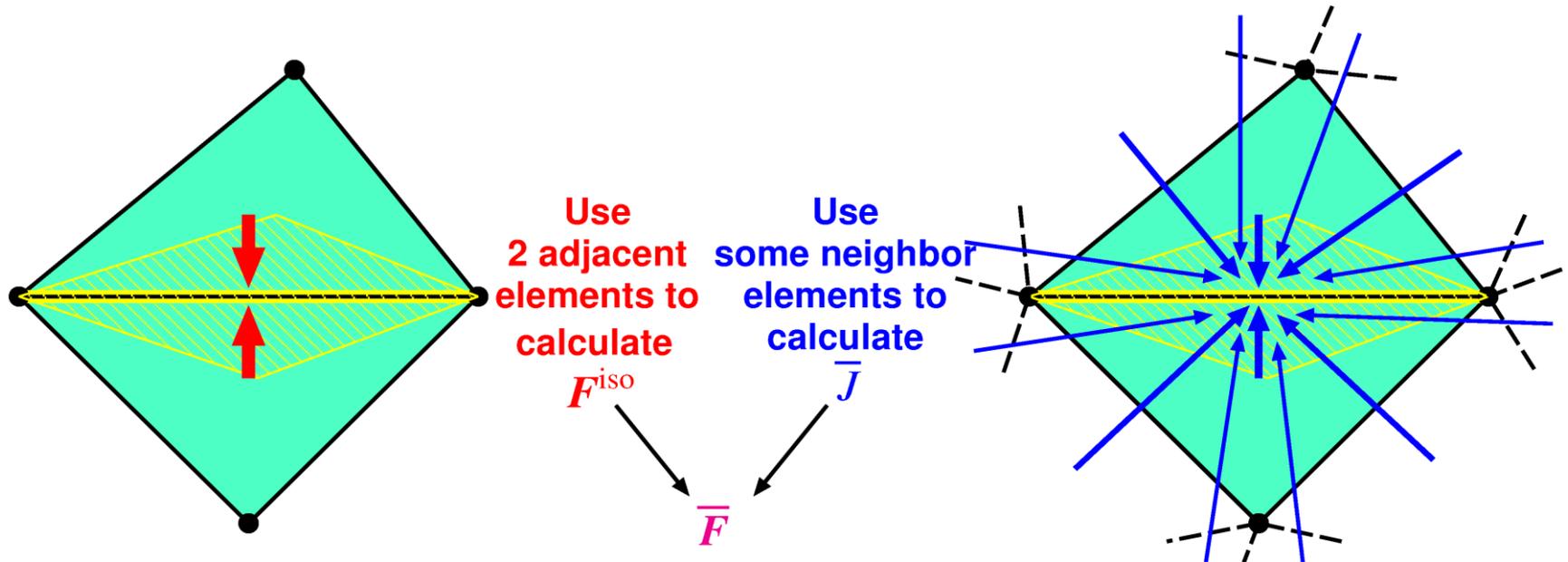
- 標準的FEMと同様, **各積分点**で変形勾配  $F$  を計算する.
- **要素中心**でも変形勾配  $F$  を計算し, その体積変化率  $\det(F)$  を  $\bar{J}$  とおく.
- **各積分点**の変形勾配を次式により修正し,  $\bar{F}$  を得る.  
$$\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{\text{iso}}.$$
- $\bar{F}$  を **各積分点**変形勾配とみなし, 応力・内力・剛性等計算する.

一種の  
ローパス  
フィルター  
と言える

Q4およびH8要素で体積ロッキングを回避できるが,  
せん断ロッキングは回避できない.

# [発展形の最新型] F-barES-FEMの概要

- エッジの  $F^{iso}$  をES-FEMを用いて計算する.
- エッジの  $\bar{J}$  にはNS-FEMを繰り返し適用して空間的にローパスフィルタされた  $J$  の値を用いる(詳細は後述).
- F-bar法を用いてエッジの  $\bar{F}$  を合成する. 以降の計算はES-FEMと同様.



せん断／体積／コーナーロッキング  
および圧力振動が発生しない。

微圧縮性材料や塑性材料が  
高精度に解ける。

# [発展形の最新型] F-barES-FEMの概要

## F 計算法の概略

1. 要素の  $J$  を標準的FEMと同様に計算.
2. 要素の  $J$  を節点で平滑化し, 節点の  $\tilde{J}$  とする.
3. 節点の  $\tilde{J}$  を要素で平滑化し, 要素の  $\tilde{\tilde{J}}$  とする.
4. 上記 2.と3.を必要回数( $c$ 回)繰り返す.
5. 要素の  $\tilde{\tilde{J}}$  をエッジで平滑化し, エッジの  $\bar{J}$  とする.
6. F-bar法に倣い, ES-FEMで得られる  $F^{iso}$  と  $\bar{J}$  を  $\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{iso}$  で合成する.

ローパス  
フィルター

$J$  の  
繰り返し  
平滑化

繰り返し平滑化回数を  $c$  回とした時の手法を  
「F-barES-FEM( $c$ )」と表記する.



# S-FEM定式化の特徴

## ■ 未知数が節点変位のみ

- ハイブリッド要素と異なり, 圧力や体積ひずみ等の追加変数を必要としない.
- Lagrange未定乗数法が不要.
  - ⇒ 静的縮約が不要でマトリックスの形が崩れない.
  - ⇒ 動的陽解法でも微圧縮性材料が扱える.
- ただし, 標準的FEMよりバンド幅が広がる.

## ■ 実装が比較的容易

- 弱々形式化した仮想仕事の原理に基づいている.
  - ⇒ 混合型変分原理を理解する必要がない.
  - & 難しい数学を理解しなくてもプログラムが書ける.

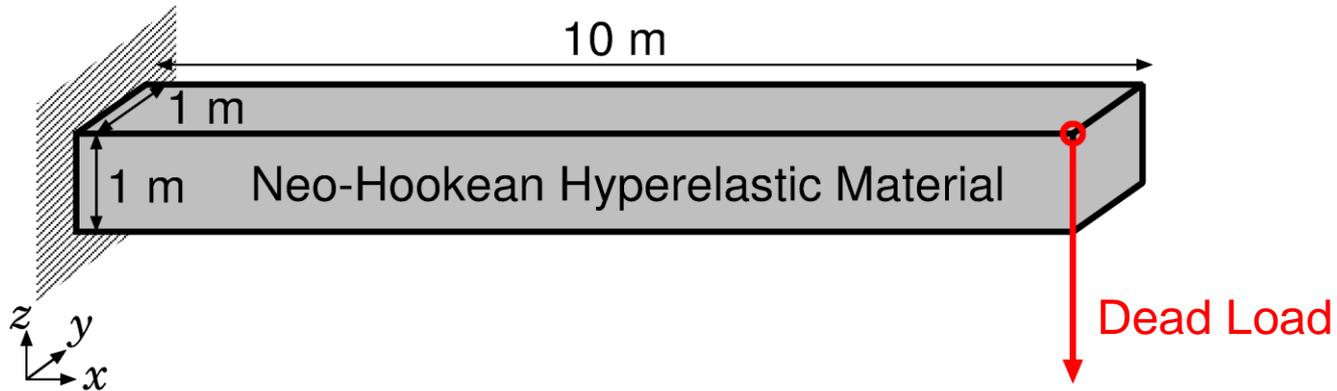


# 3. 検証解析例

F-barES-FEMを用いた  
超弾性体の自動リメッシング無しの検証解析例を示します.

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 概要



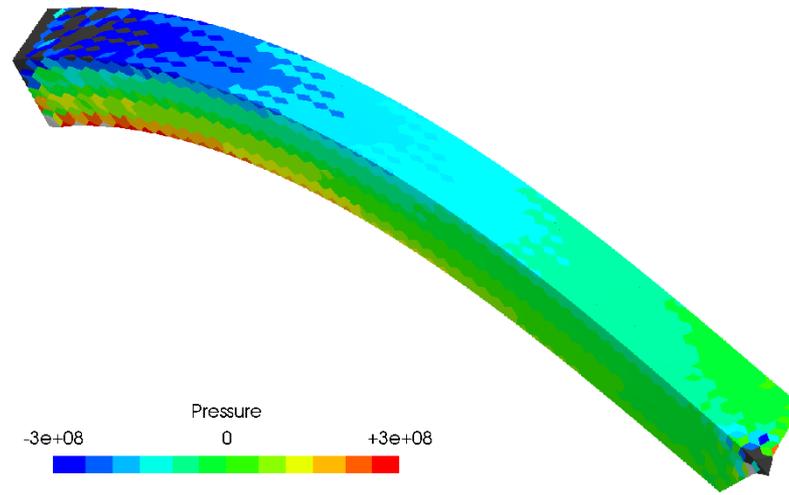
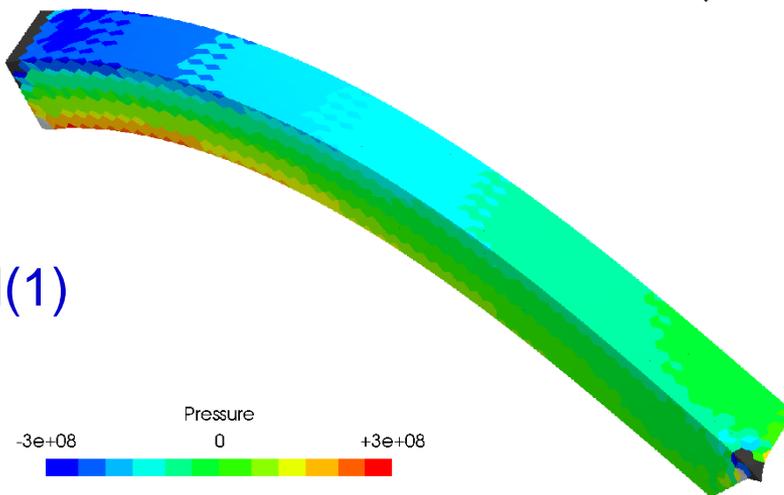
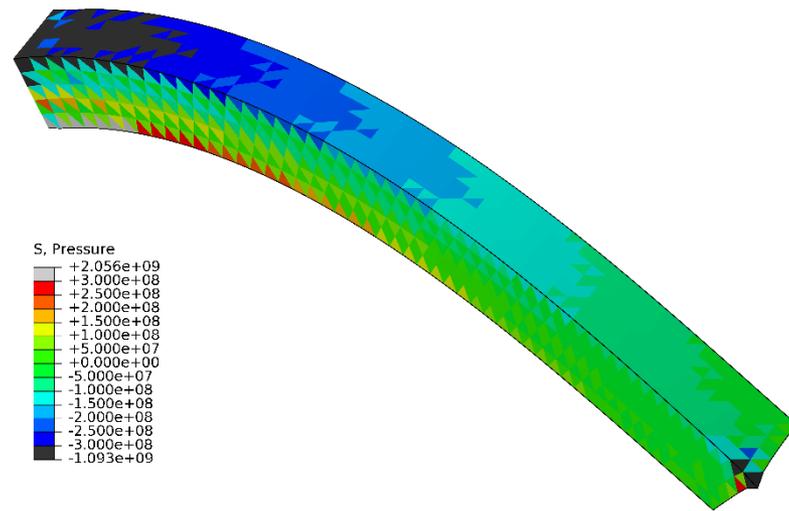
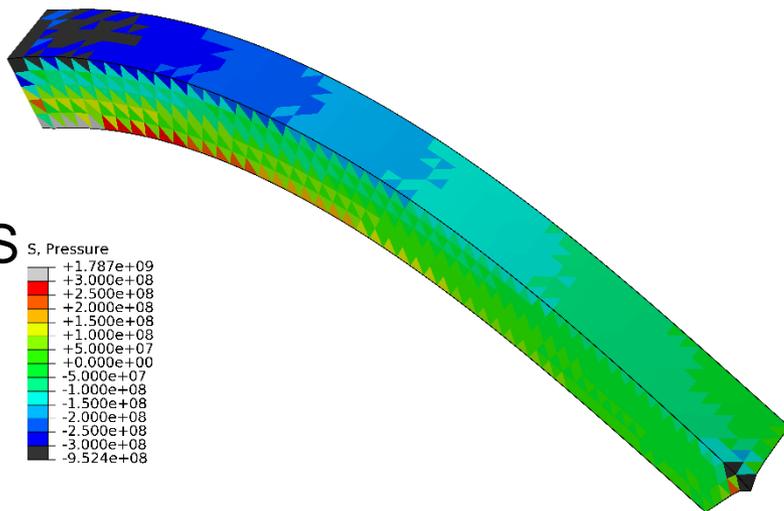
- 10m x 1m x 1m の片持ち梁の先端に死荷重.
- Neo-Hookean超弾性体:  $T = 2C_{10} \frac{\text{Dev}(\bar{\mathbf{B}})}{J} + \frac{2}{D_1} (J - 1) \mathbf{I}$ .
- $C_{10}$  は 1 GPa で一定とし,  $D_1$  を変化させて初期ポアソン比を0.49, 0.499の2通りに設定.
- 四面体の構造メッシュと非構造メッシュの2つを用意.
- ABAQUSの4節点四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 構造メッシュ の解析結果

$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$



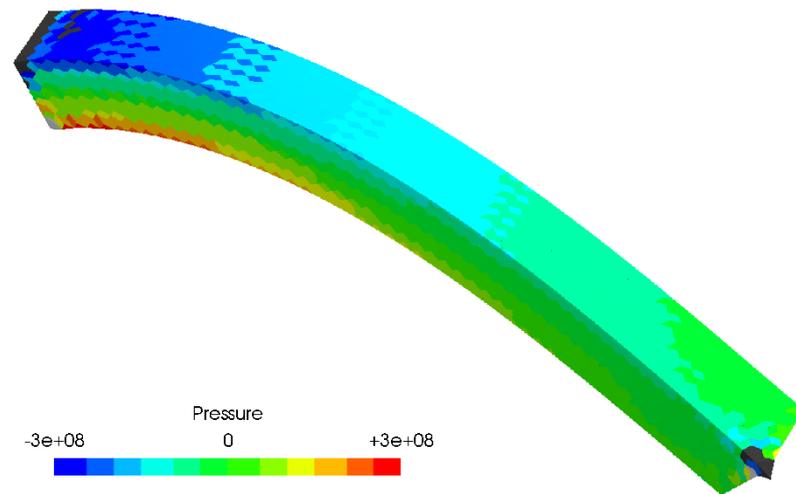
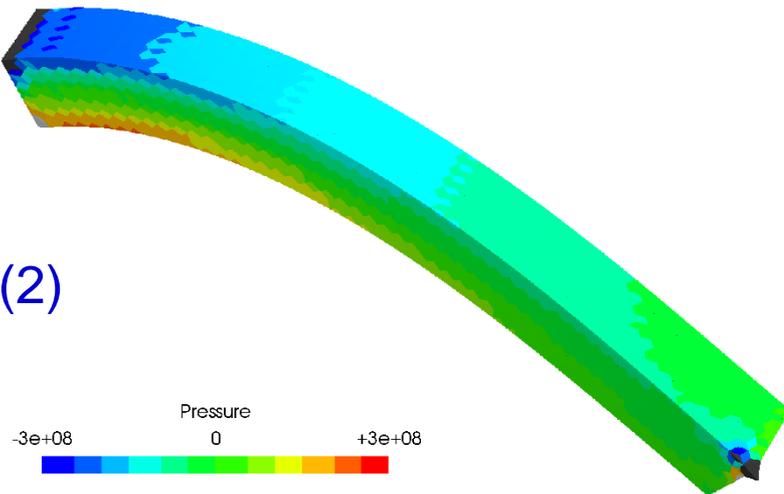
# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 構造メッシュ の解析結果

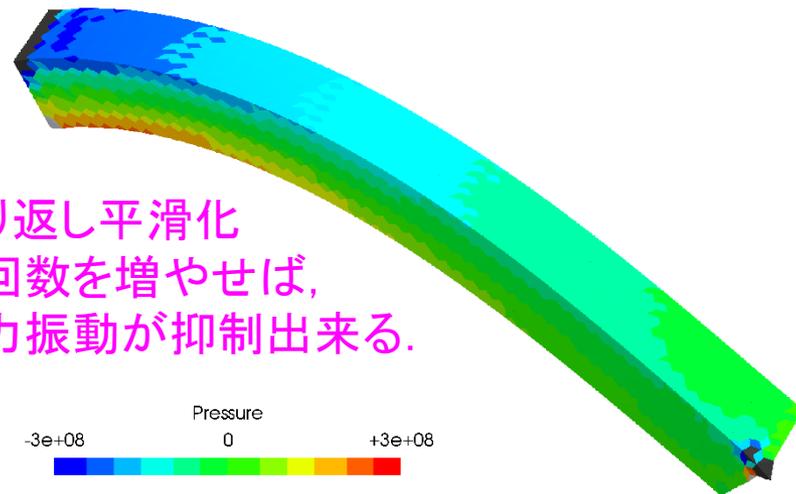
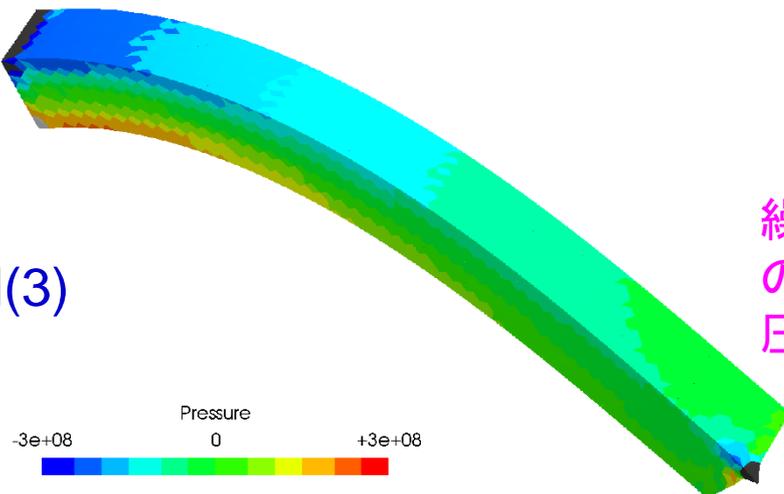
$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$

F-bar  
ES-FEM(2)



F-bar  
ES-FEM(3)



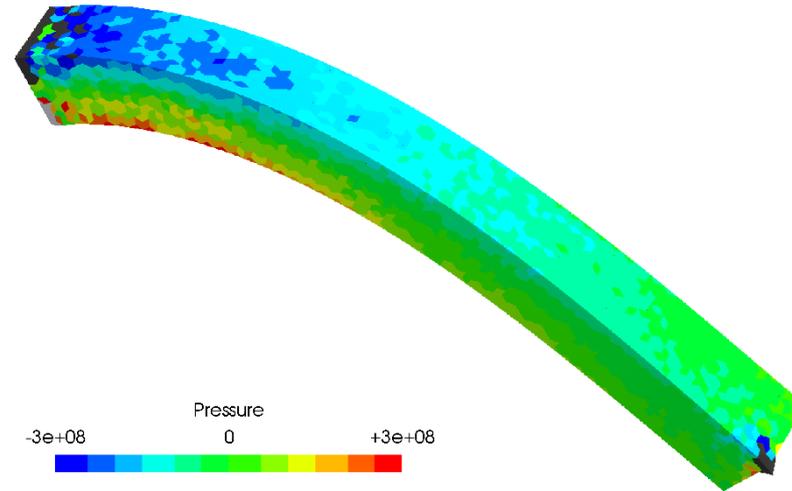
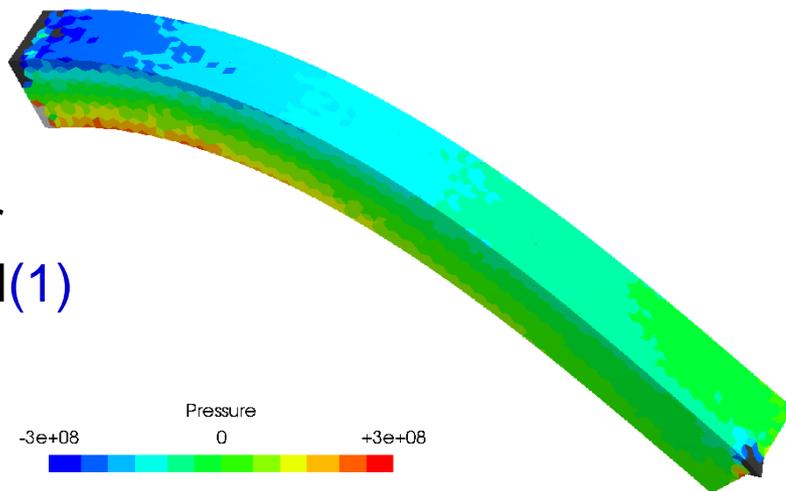
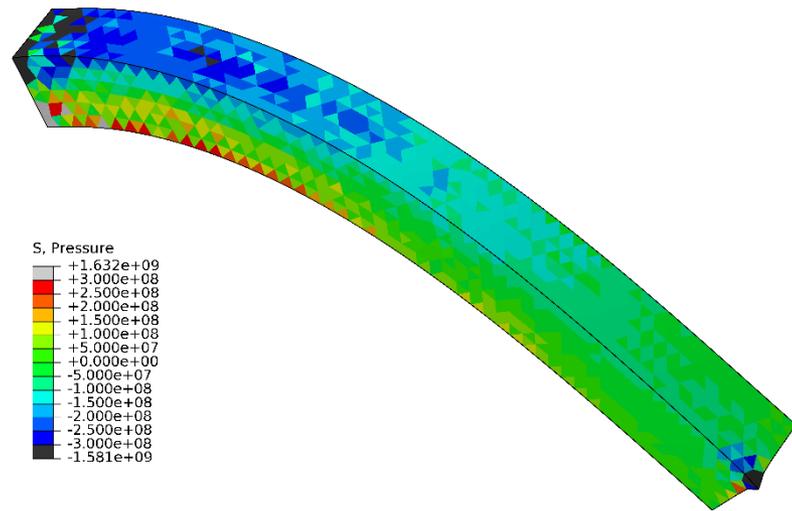
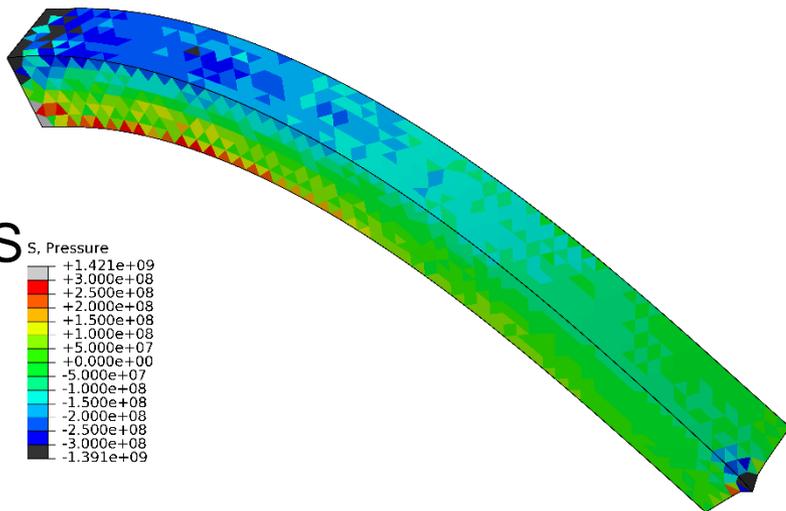
繰り返し平滑化  
の回数を増やせば、  
圧力振動が抑制出来る。

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

**非構造メッシュ**  
**の解析結果**

$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$



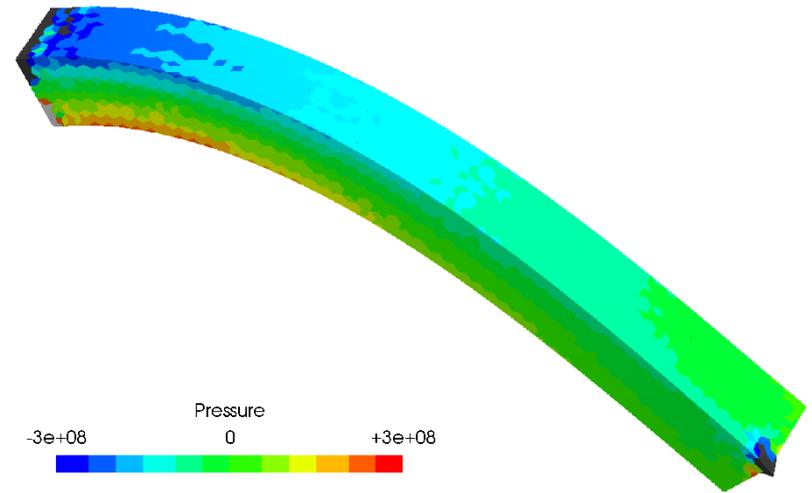
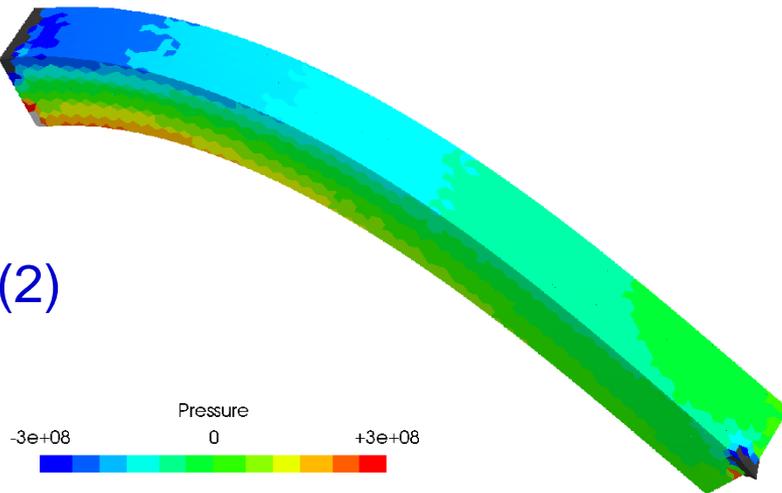
# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

**非構造メッシュ  
の解析結果**

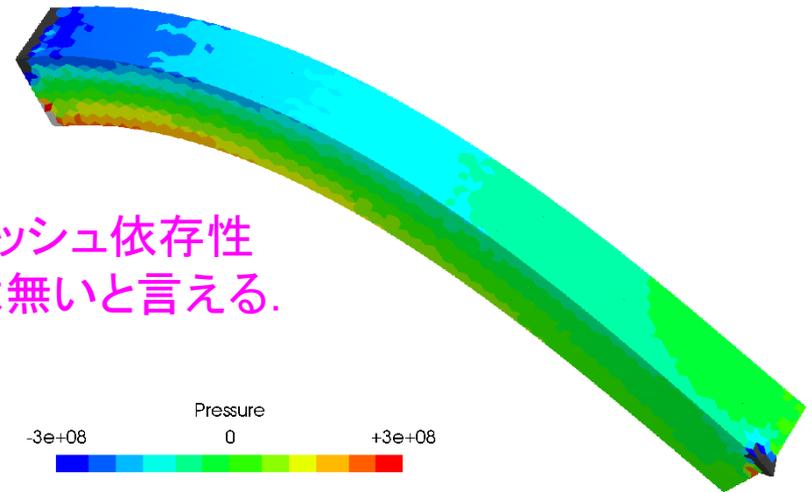
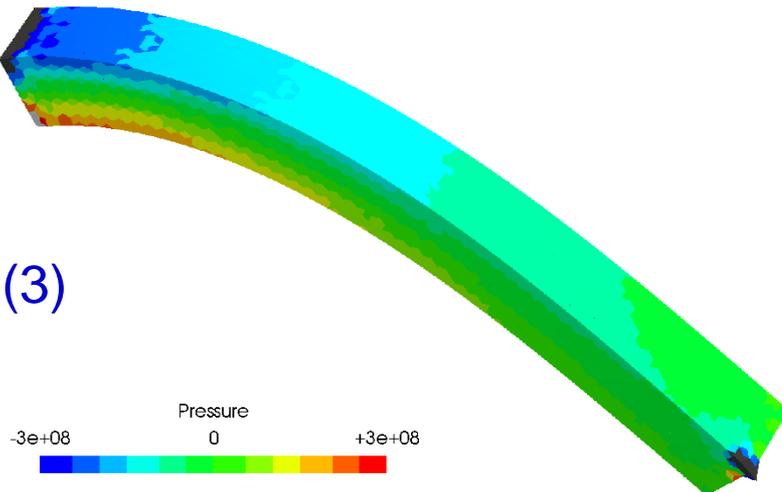
$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$

F-bar  
ES-FEM(2)



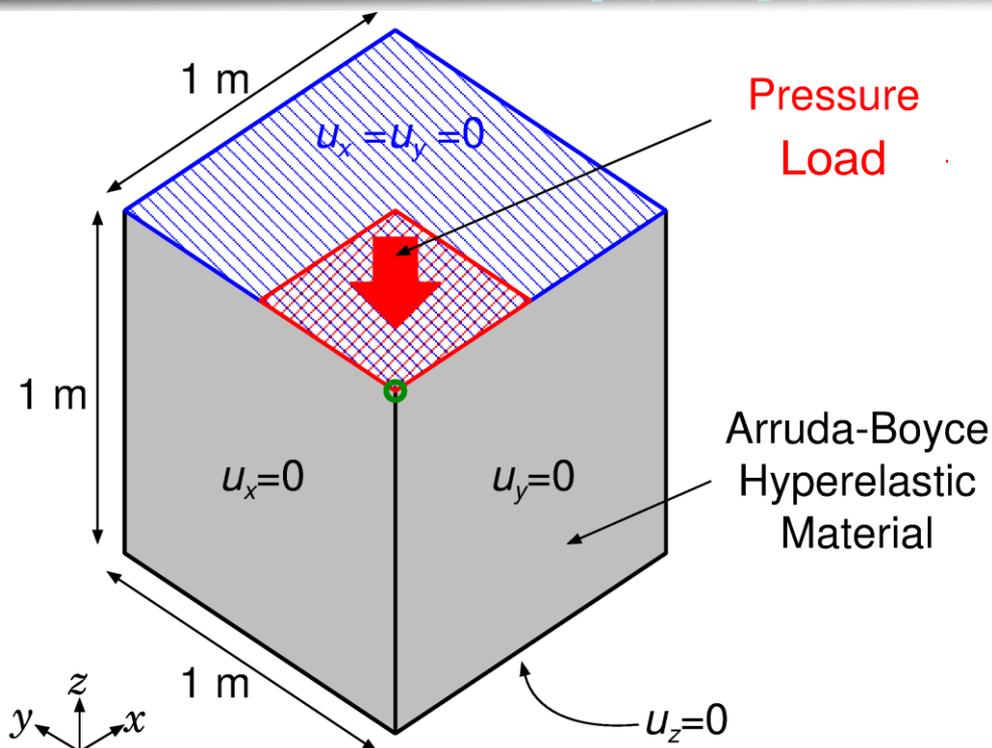
F-bar  
ES-FEM(3)



メッシュ依存性  
は無いと言える。

# 超弾性ブロックの部分押込解析

## 概要



- 上面の $\frac{1}{4}$ に**圧力荷重**を負荷して押込む.
- Arruda-Boyce超弾性体, 初期ポアソン比 $\nu_{ini} = 0.499$ .
- F-barES-FEM(2), (3), (4)を用いて解析.
- ABAQUSの四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

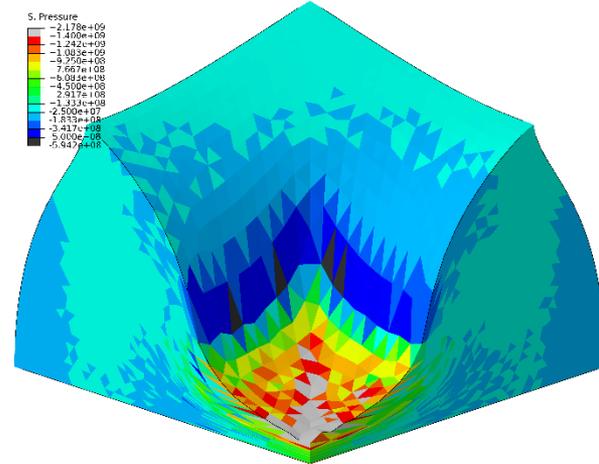
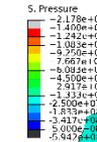
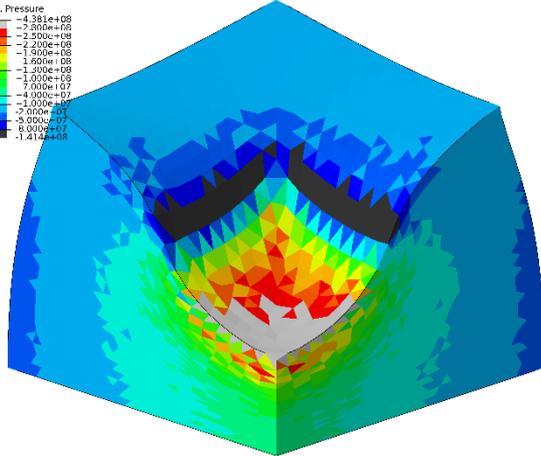
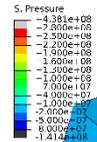
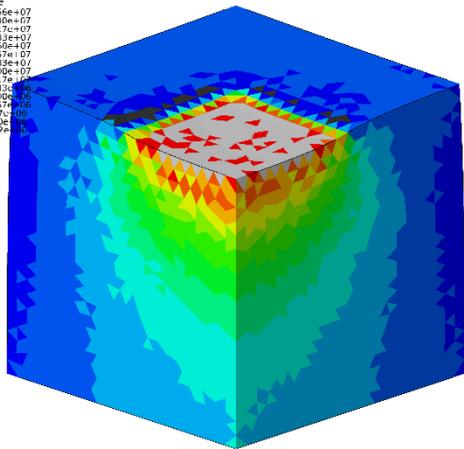
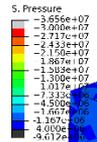
# 超弾性ブロックの部分押込解析

## 圧力分布

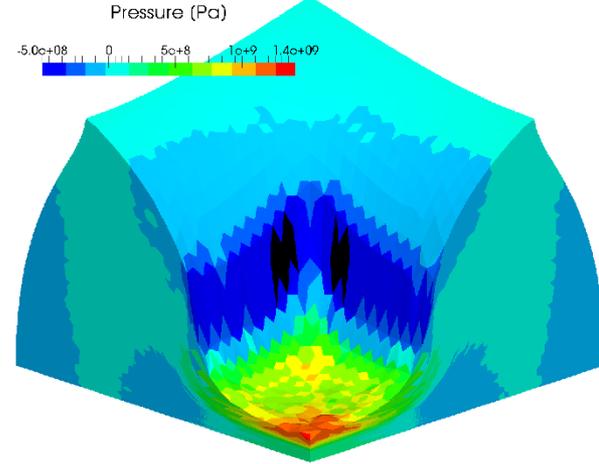
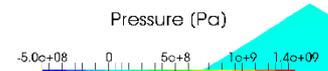
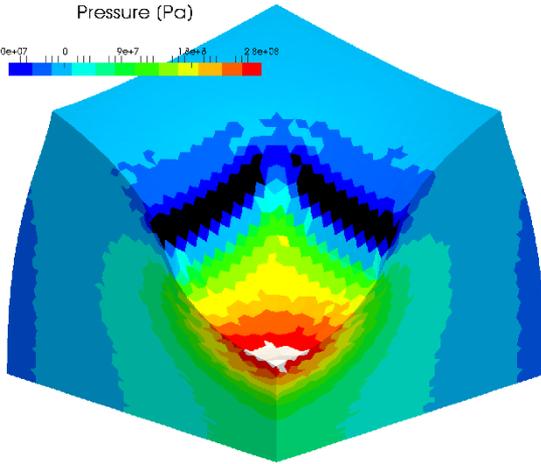
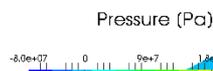
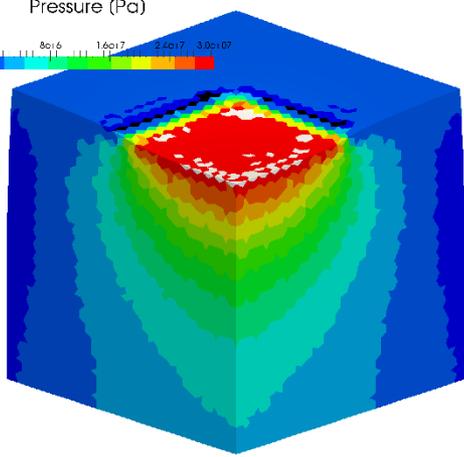
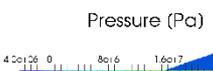
変形初期

変形中期

変形後期



ABAQUS  
C3D4H



F-bar  
ES-FEM-  
T4(2)

# 超弾性ブロックの部分押込解析

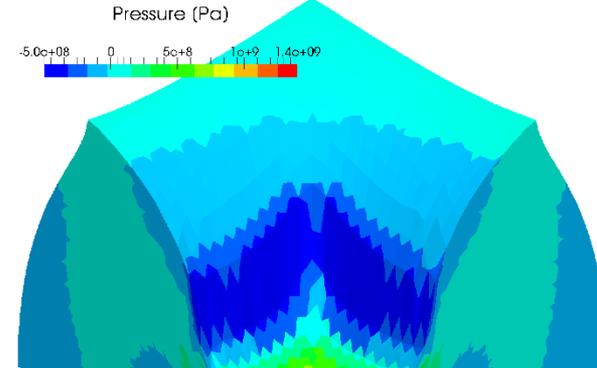
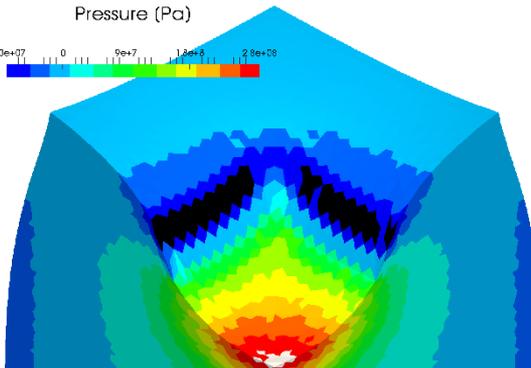
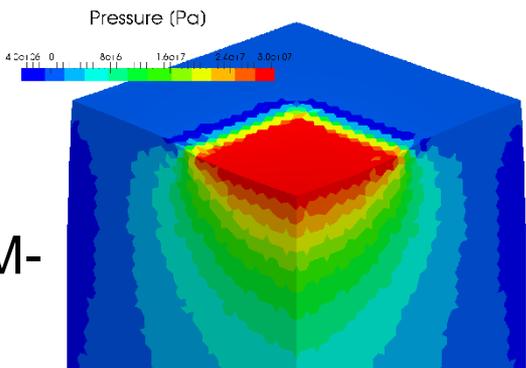
## 圧力分布

変形初期

変形中期

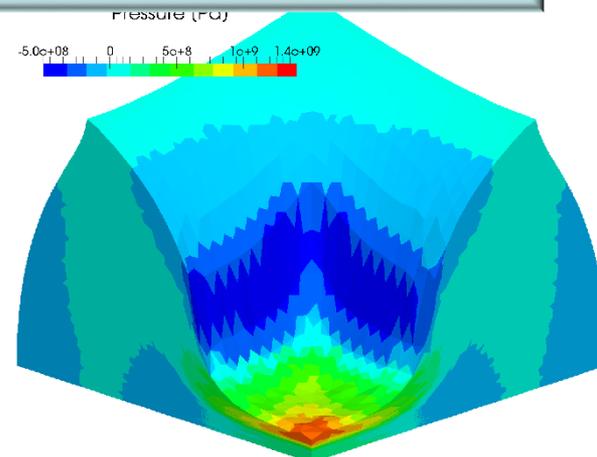
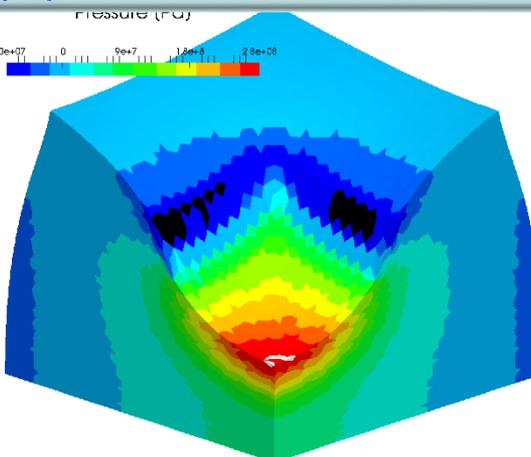
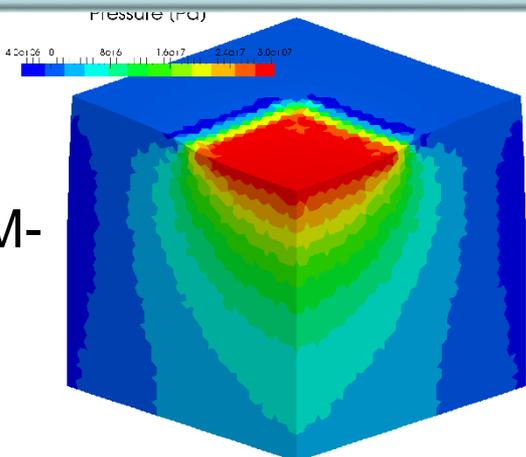
変形後期

F-bar  
ES-FEM-  
T4(3)



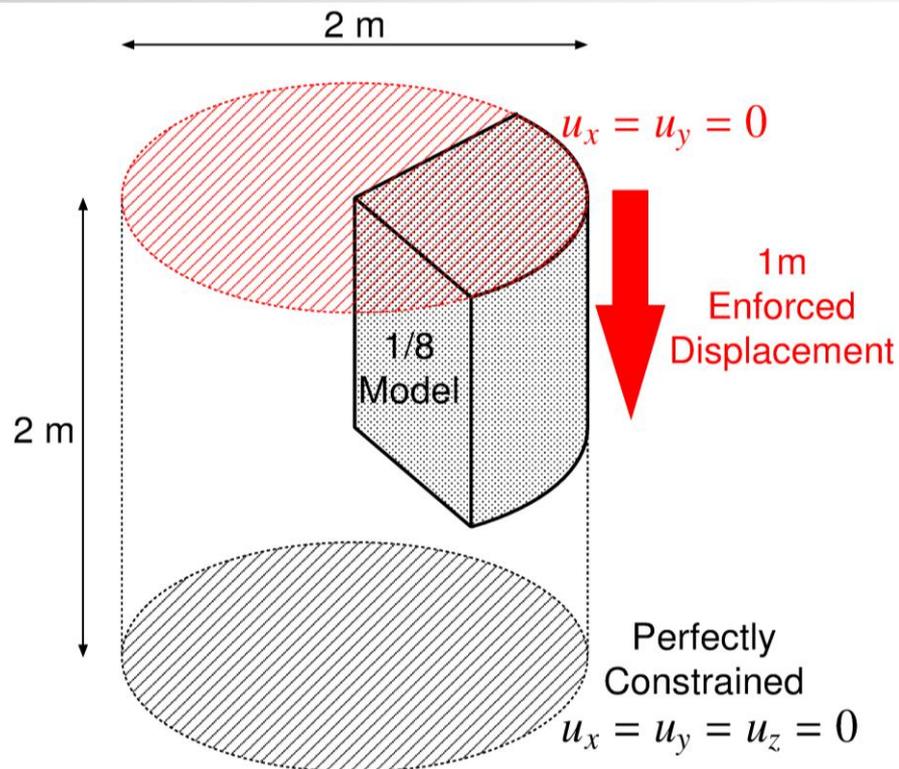
ポアソン比が0.499であれば、  
F-barES-FEM-T4(2)以上で**圧力振動を抑制**できる。

F-bar  
ES-FEM-  
T4(4)



# 超弾性1/8円柱のバレリング解析

## 概要



- 上面に軸方向の**強制変位**を与えて圧縮.
- Neo-Hookean超弾性体, 初期ポアソン比 $\nu_{ini} = 0.499$ .
- F-barES-FEM(2), (3), (4)を用いて解析.
- ABAQUSの四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

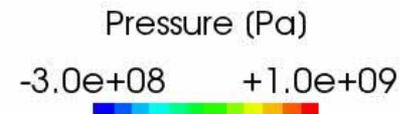
# 超弾性1/8円柱のバレリング解析

F-bar

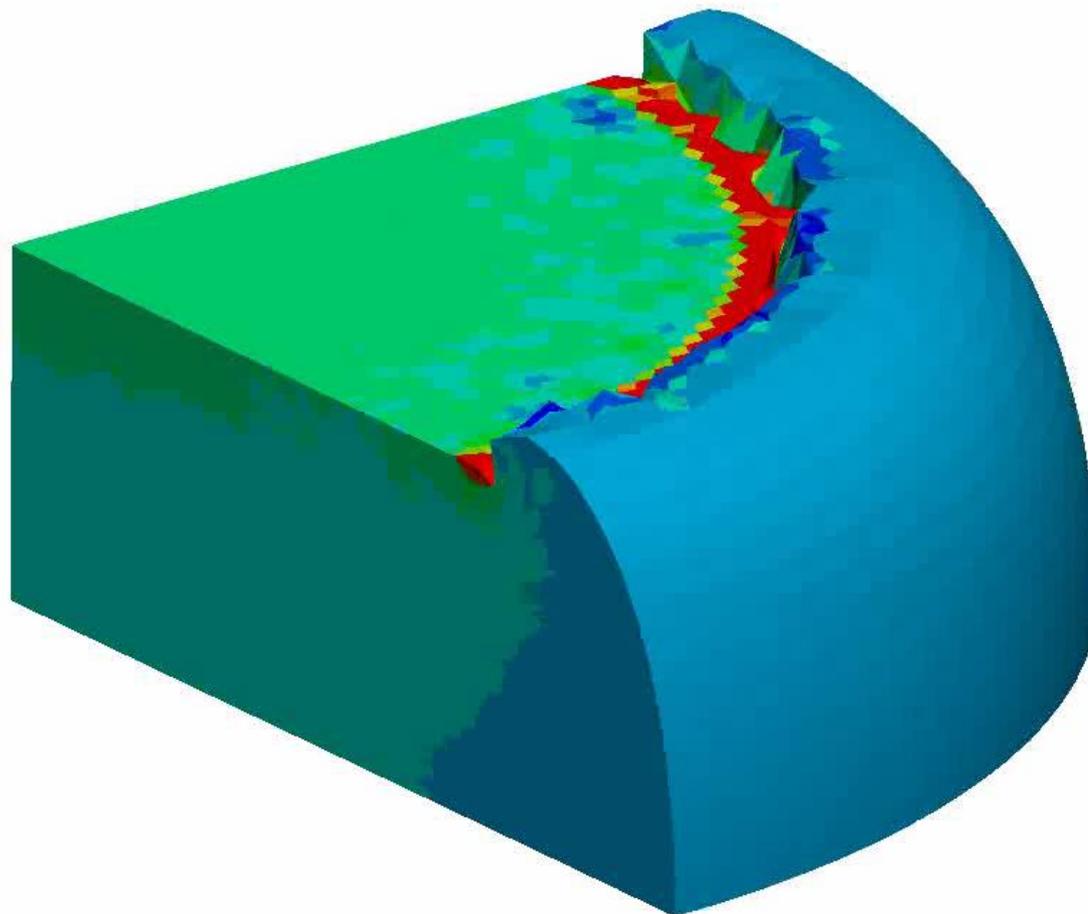
ES-FEM(2)

の解析結果

(圧力分布)



公称ひずみで  
50%の圧縮



縁の近傍を除き、  
ほぼ滑らかな  
圧力分布が  
得られている。

# 超弾性1/8円柱のバレリング解析

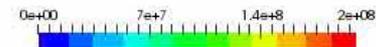
F-bar

ES-FEM(2)

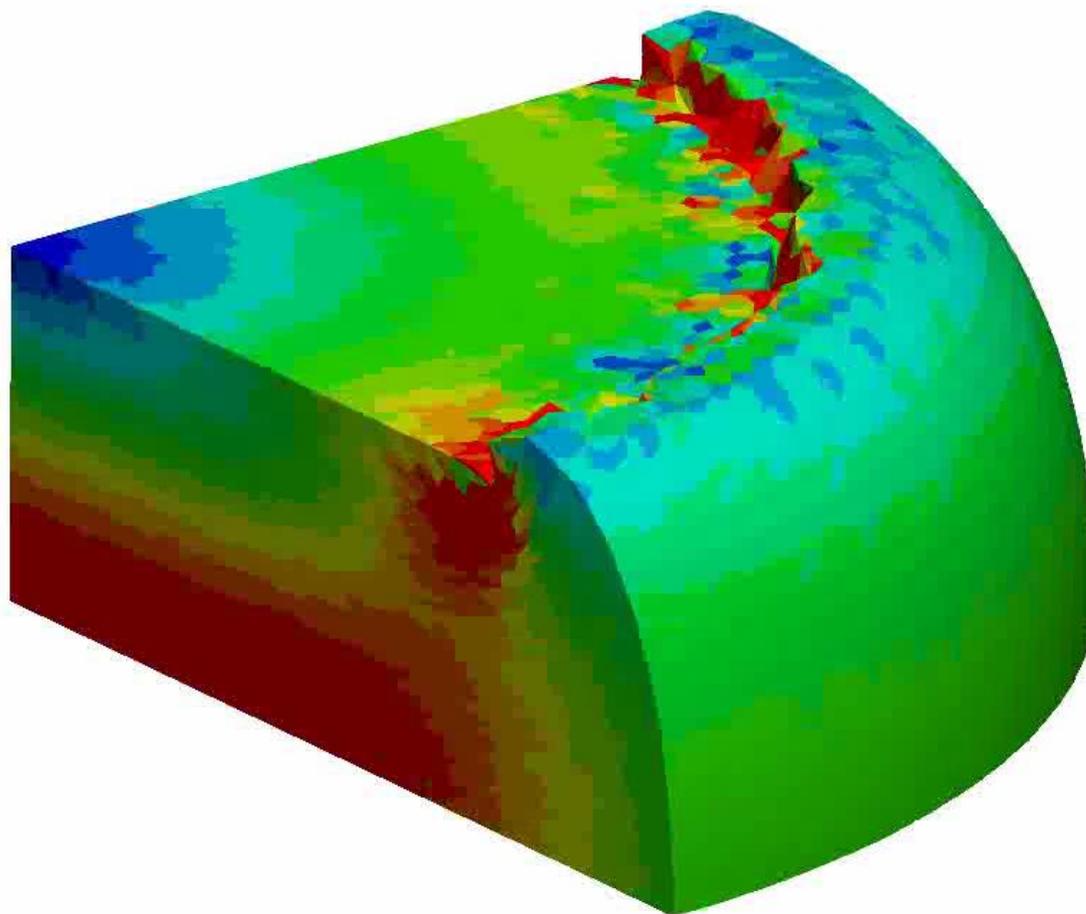
の解析結果

(Mises応力分布)

Mises\_Stress (Pa)



公称ひずみで  
50%の圧縮

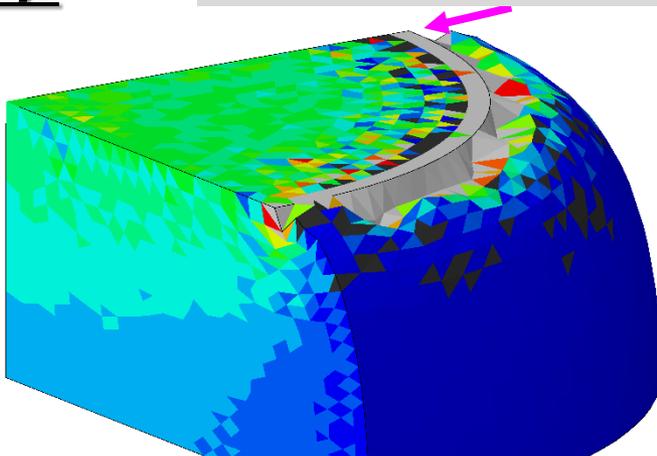
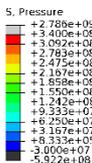


縁の近傍を除き,  
ほぼ滑らかな  
Mises応力分布が  
得られている.

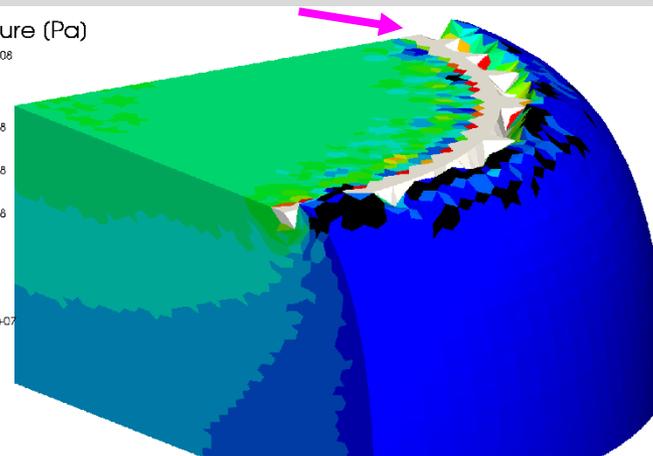
# 超弾性1/8円柱のバレリング解析

## 圧力分布

角部が不自然に硬くなるコーナロッキングが起きている。

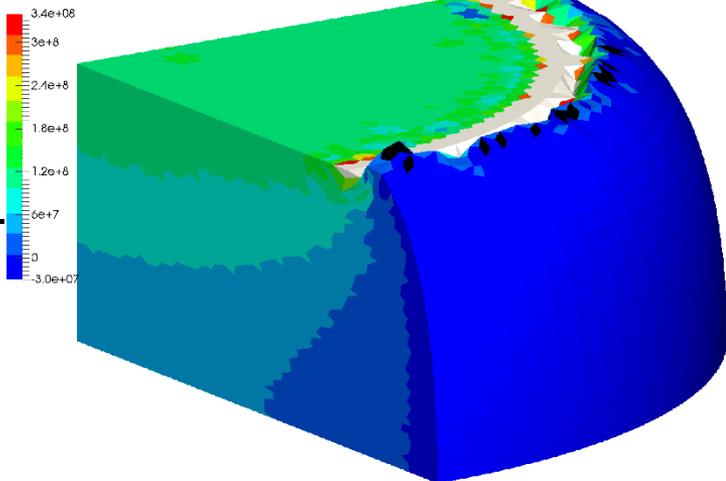


Pressure (Pa)

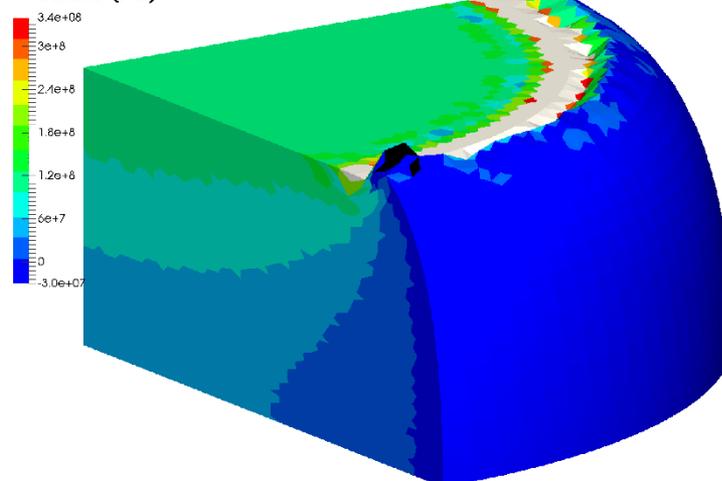


平滑化回数を充分増やしたF-barES-FEM-T4は  
コーナロッキングも回避できる。

Pressure (Pa)

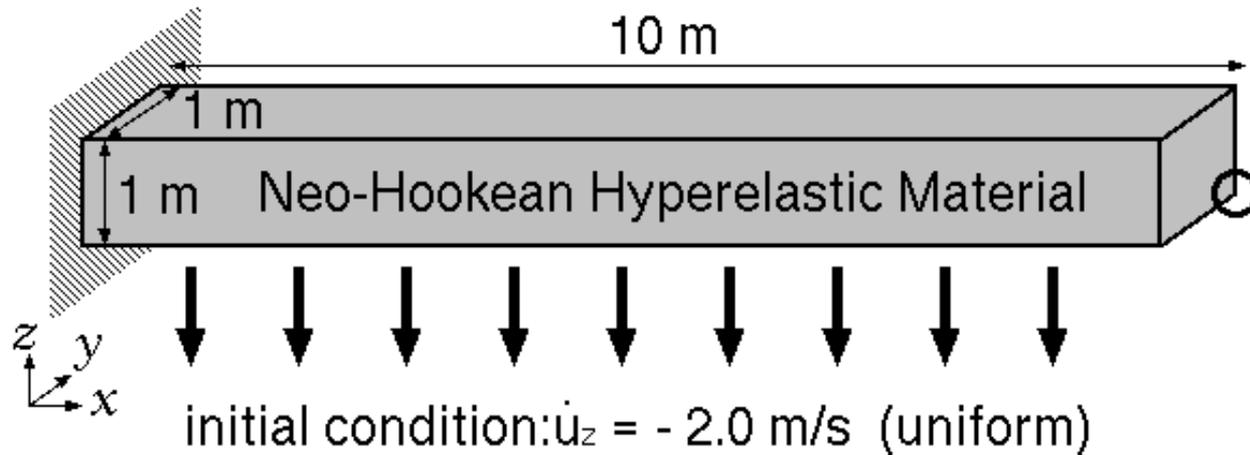


Pressure (Pa)



## 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 概要



## ■ Neo-Hookean超弾性体:

$$E_{ini} = 6 \text{ MPa}, \nu_{ini} = 0.499, \rho = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

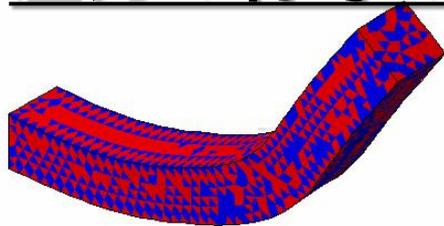
■ 一様な初速度分布:  $\dot{u}_z = -2$  m/s.

## ■ 同一の非構造T4メッシュでABAQUS/Explicit C3D4 (C3D4Hではないので注意!!)と比較.

## ■ 構造H8メッシュのABAQUS C3D8(六面体selective要素)を参照解とする.

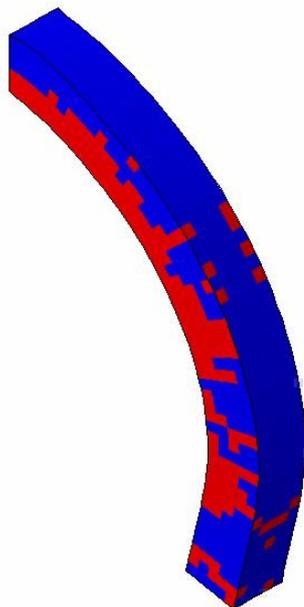
# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 圧力の符号の分布



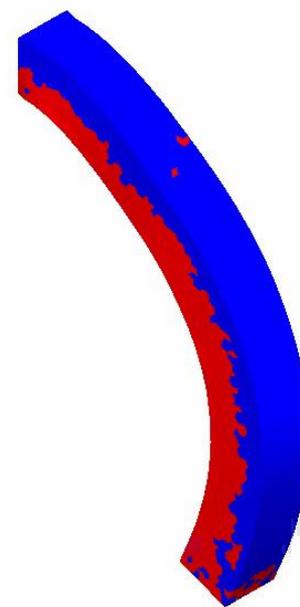
ABAQUS/Explicit C3D4  
[従来法]

× ロッキングあり & 圧力振動あり



ABAQUS/Explicit C3D8  
[参照解]

✓ ロッキングなし & 圧力振動なし

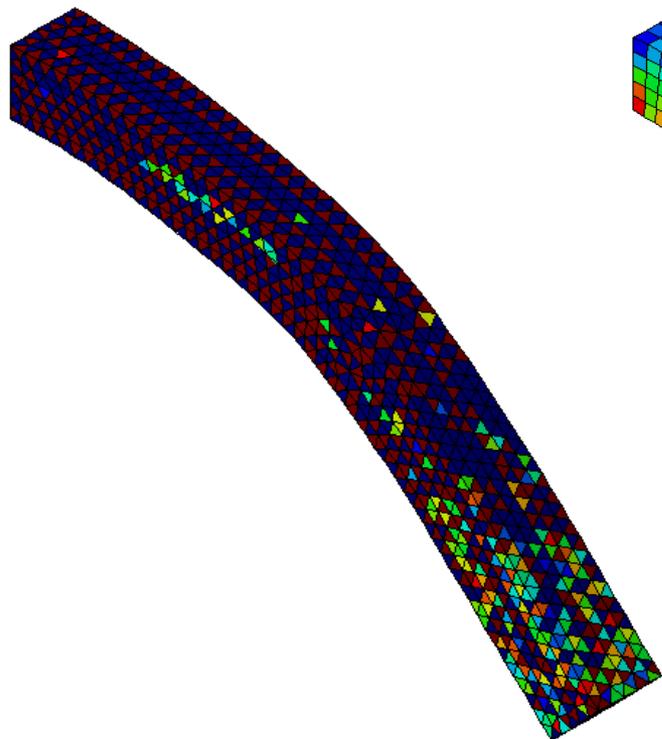


F-barES-FEM-T4(2)  
[提案手法]

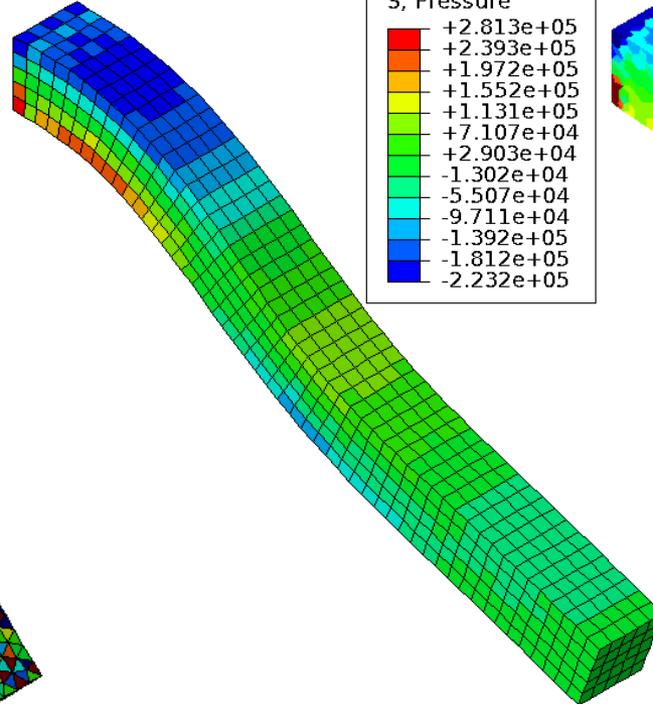
F-barES-FEMは動的陽解法にも適用でき、  
しかもロッキングと圧力振動を抑えることができる。

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

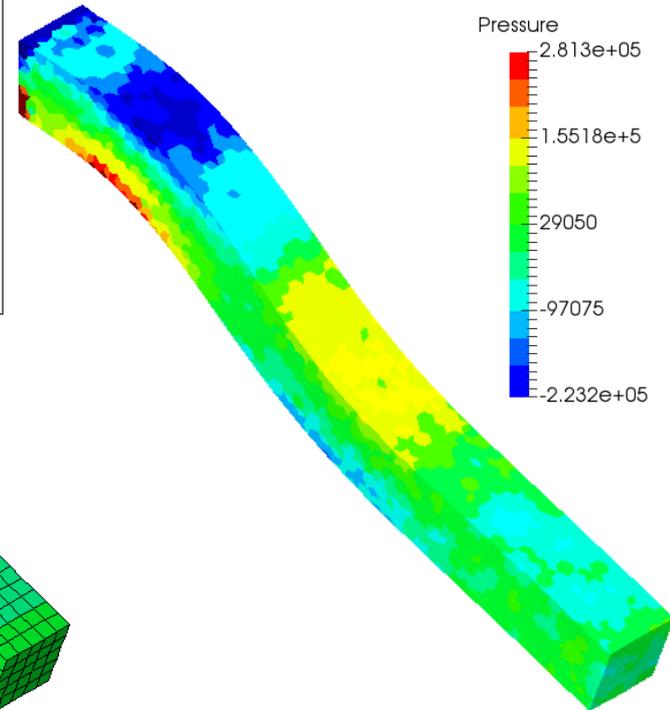
## 圧力分布 ( $t = 1.5 \text{ s}$ )



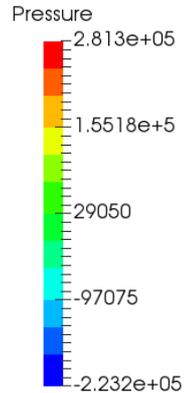
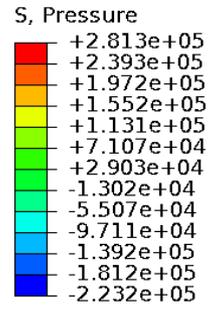
ABAQUS/Explicit C3D4  
[従来法]



ABAQUS/Explicit C3D8  
[参照解]



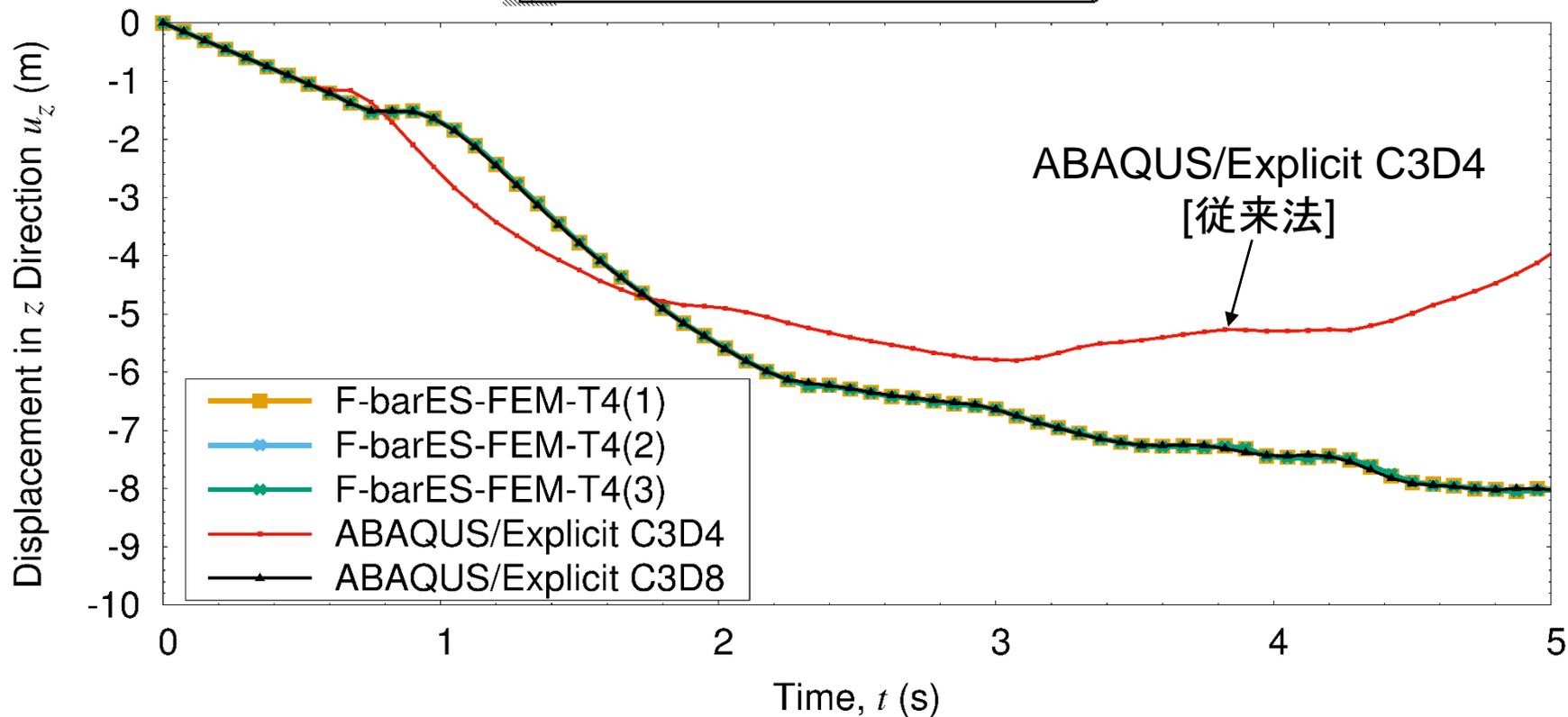
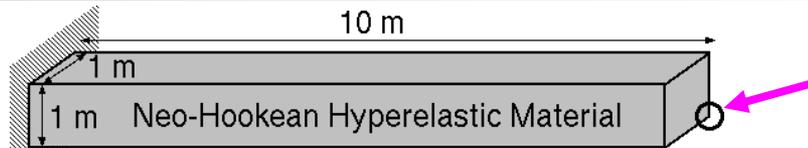
F-barES-FEM-T4(2)  
[提案手法]



F-barES-FEM-T4は充分な精度の圧力分布を示してる。

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

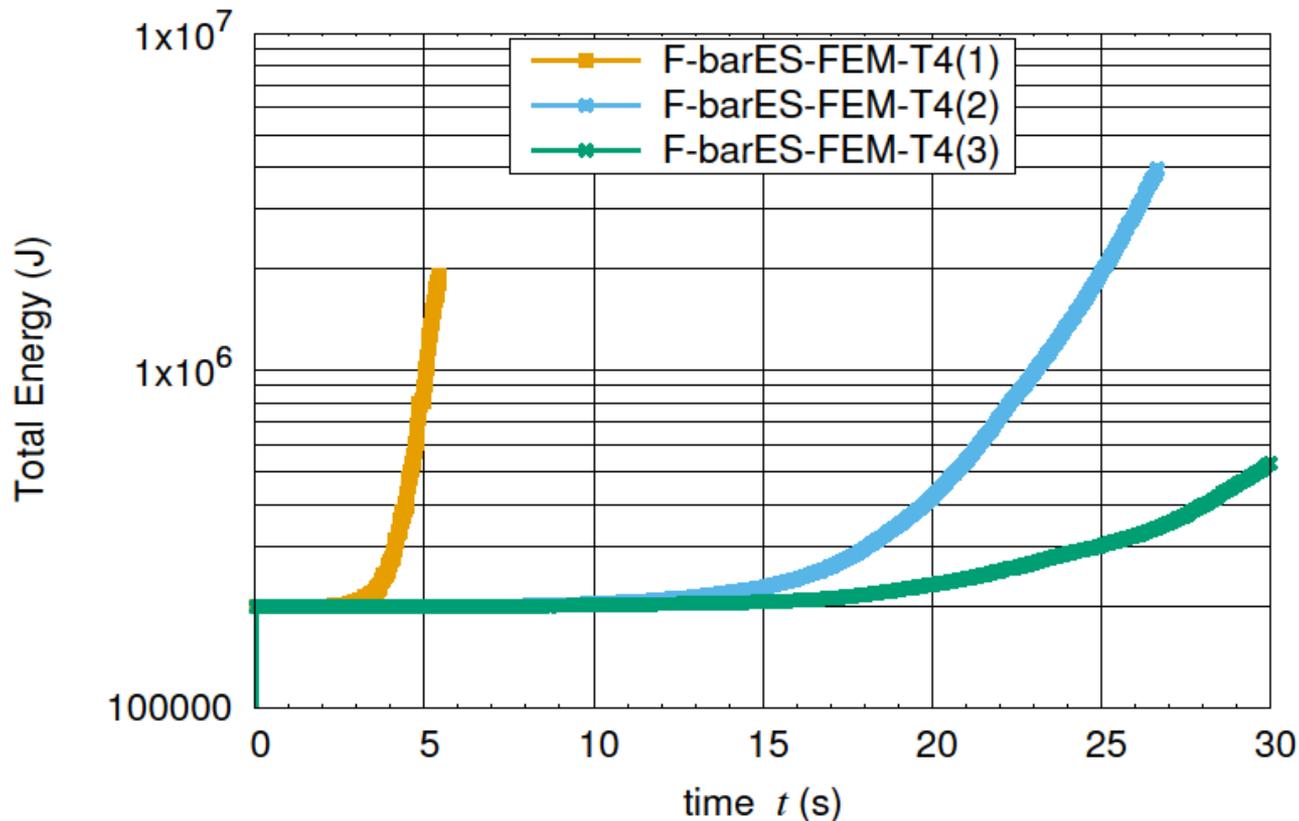
## たわみ時刻歴



変位の精度は平滑化回数( $c$ )に依らず  
ほぼ一致している。

# 超弾性片持ち梁の曲げ解析

## 全エネルギー時刻歴



現状,  
F-barES-FEM  
唯一の欠点

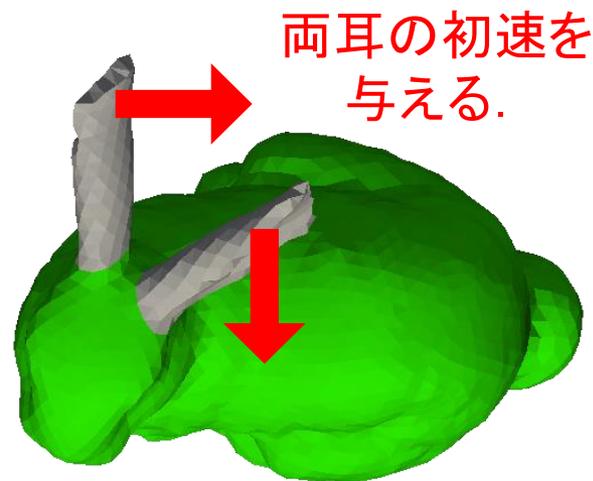
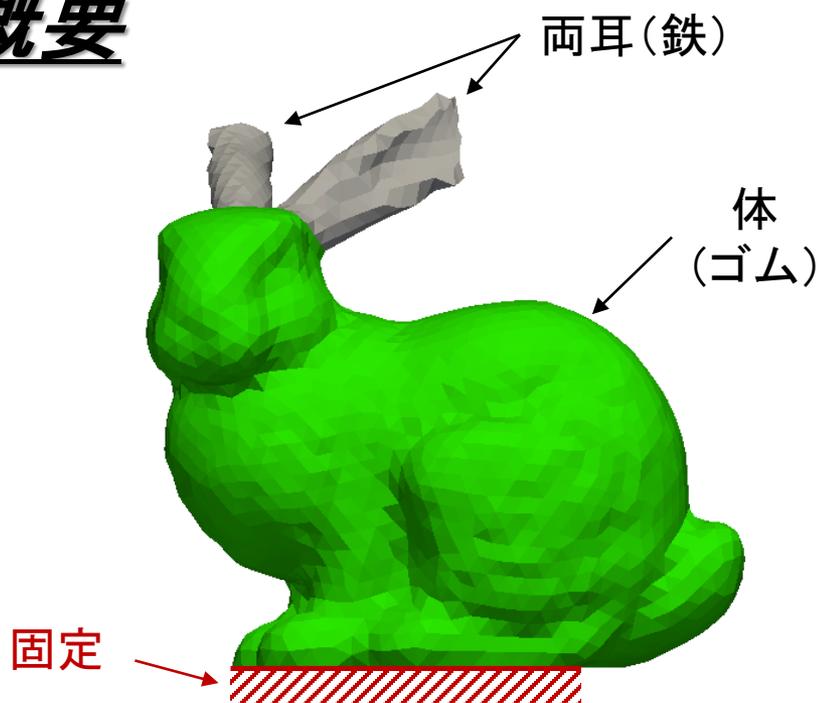
エネルギー発散が比較的早い時間に起こってしまっている。

平滑化回数を増やすと発散速度が遅くはなる。

解決策を模索中！

# ウサギの耳のスウィング解析

## 概要

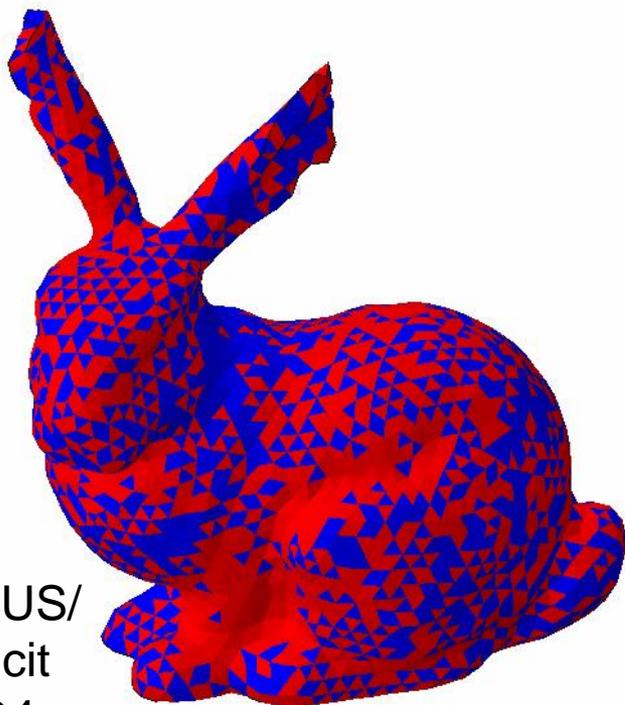


良質な六面体メッシュの生成はほぼ不可能。

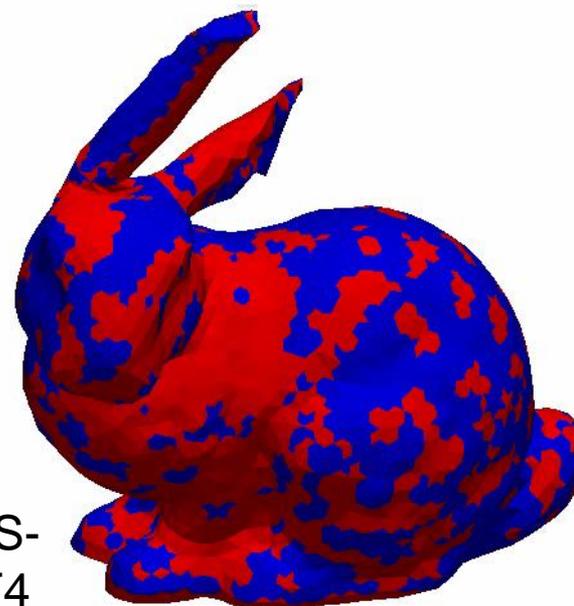
- 両耳 (鉄):  $E_{ini} = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{ini} = 0.3$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ , Neo-Hookean超弾性体, 平滑化回数  $c = 0$  回.
- 体 (ゴム):  $E_{ini} = 6 \text{ MPa}$ ,  $\nu_{ini} = 0.49$ ,  $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ , Neo-Hookean超弾性体, 平滑化回数  $c = 1$  回.
- 同一の非構造T4メッシュでABAQUS/Explicit C3D4と比較.

# ウサギの耳のスウィング解析

## 圧力の符号分布



ABAQUS/  
Explicit  
C3D4



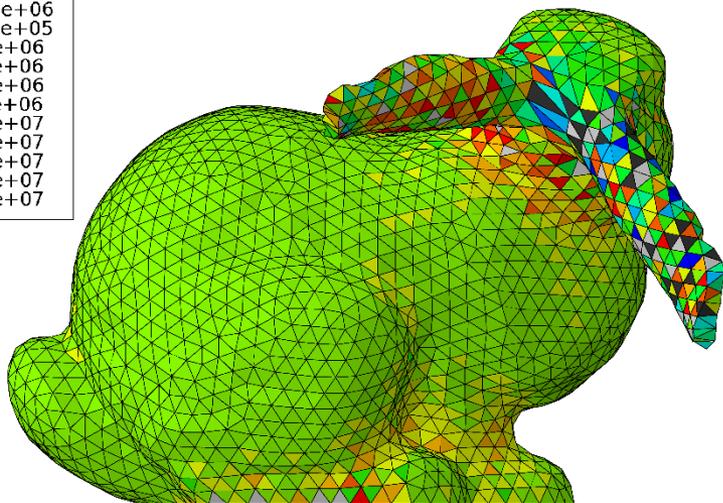
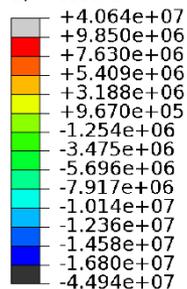
F-barES-  
FEM-T4

- C3D4は典型的な圧力振動を起こしている。  
(F-barES-FEMにも圧力のパターンが見られるが、  
これは疎密波(縦波)の影響だと考えられる。)
- C3D4はF-barES-FEMより動きが速くなってしまっている。

# ウサギの耳のスウィング解析

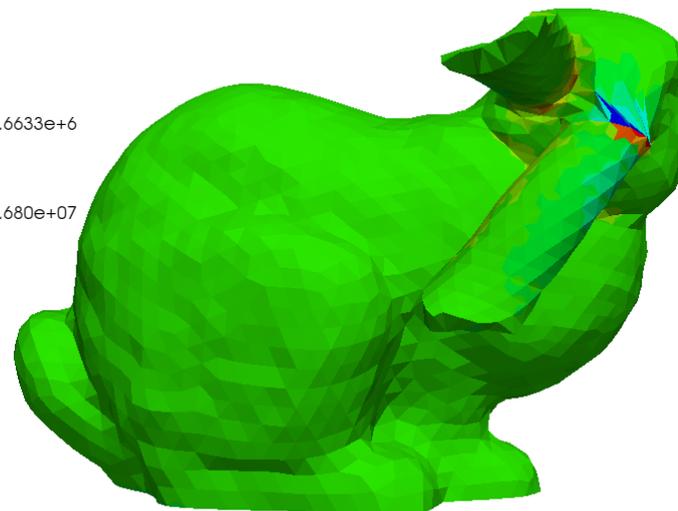
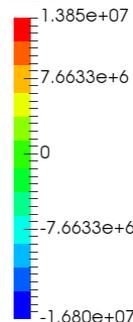
## ある時刻の圧力分布(背面図)

S, Pressure



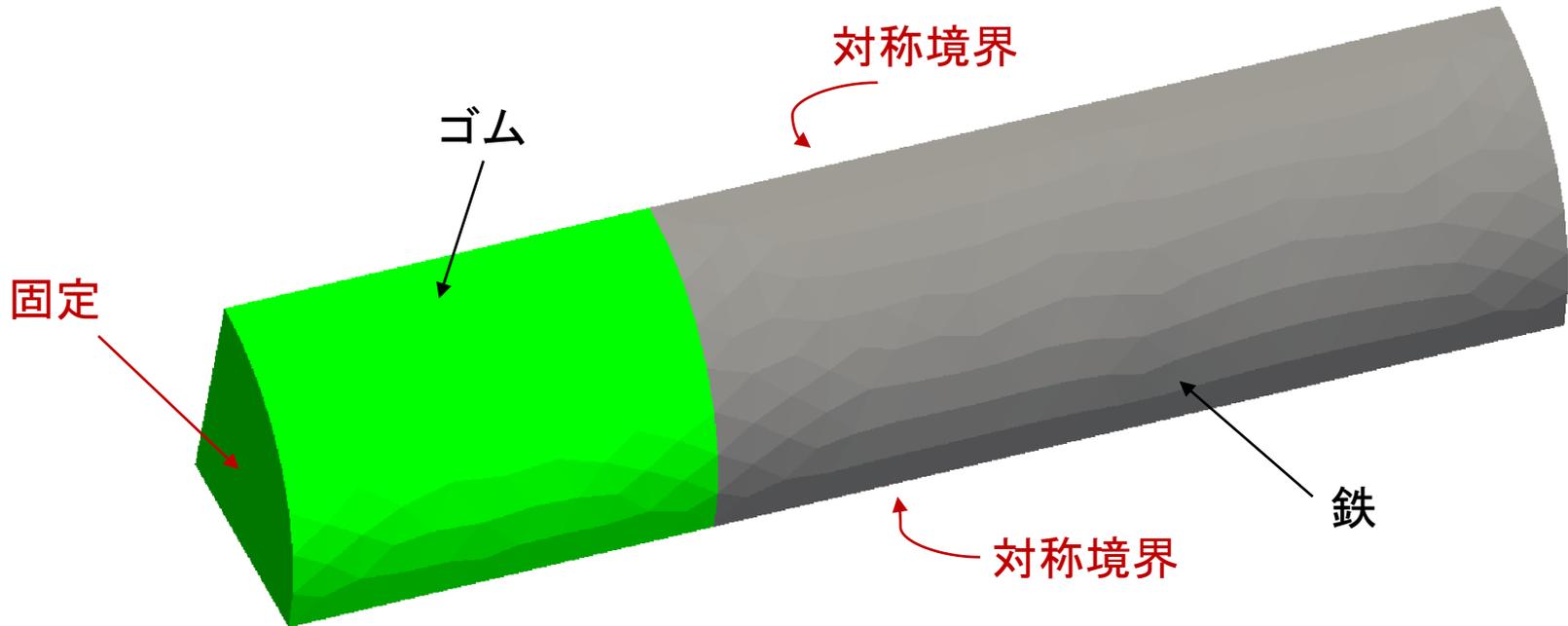
ABAQUS/Explicit C3D4

Pressure



F-barES-FEM-T4

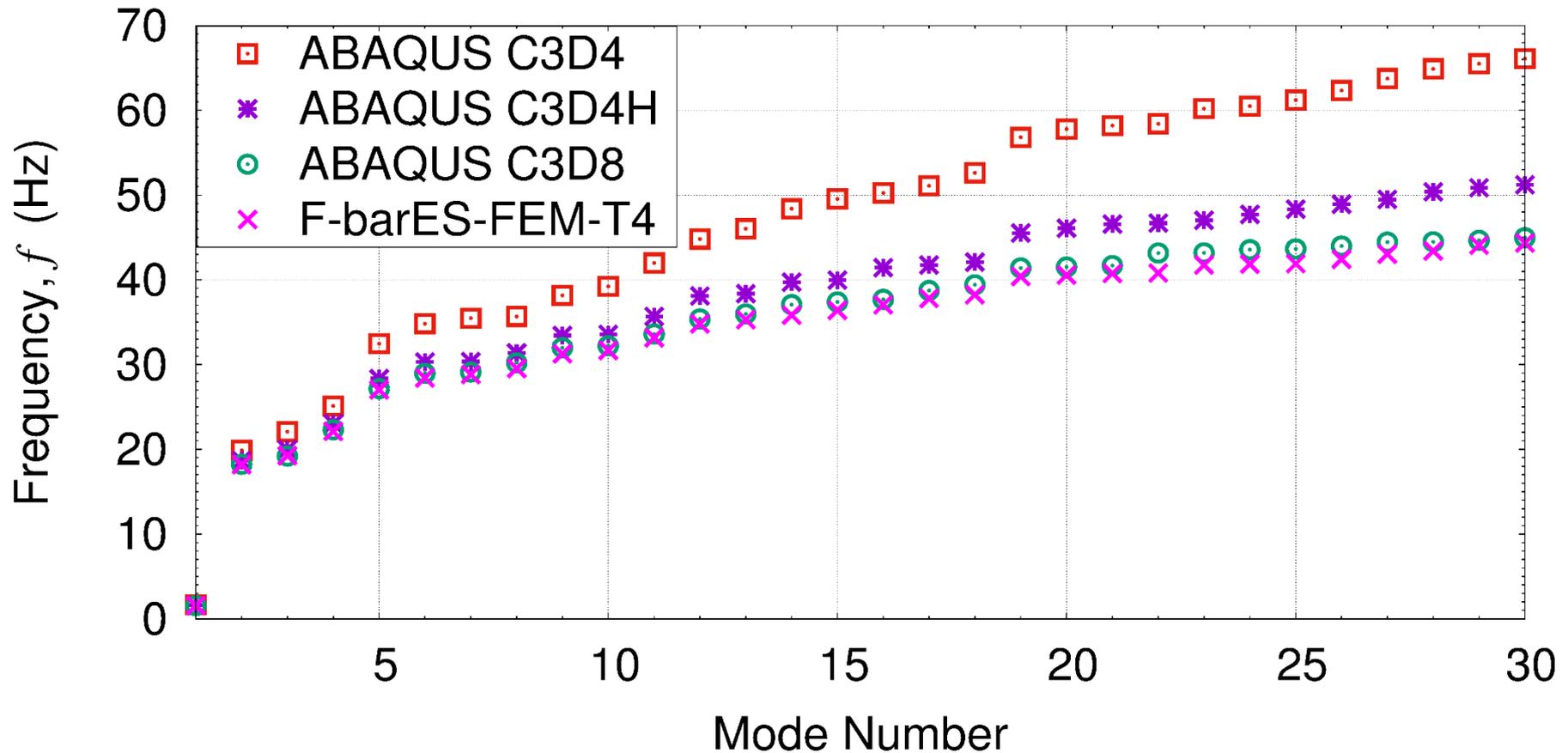
- C3D4は体(ゴム)だけでなく耳(鉄)でも圧力振動が見られる。  
(ゴム部分の圧力振動が鉄部分にまで伝播した??)
- F-barES-FEM-T4は、応力集中が起こる接合部を除き、滑らかな圧力分布を示している。

概要

- 鉄部分:  $E_{ini} = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu_{ini} = 0.3$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ , 線形弾性体, 平滑化回数  $c = 0$ 回.
- ゴム部分:  $E_{ini} = 6 \text{ MPa}$ ,  $\nu_{ini} = 0.499$ ,  $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$ , 線形弾性体, 平滑化回数  $c = 2$ 回.
- ABAQUS C3D4, C3D4H, C3D8と比較.

# 1/4円柱のモード解析

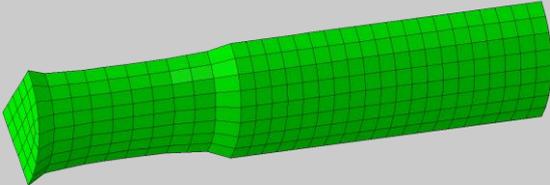
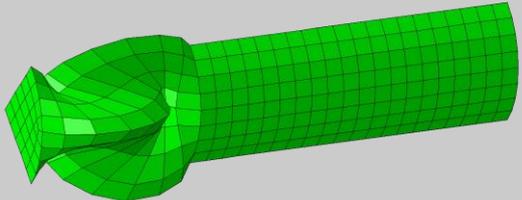
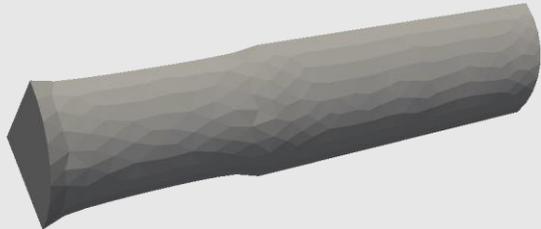
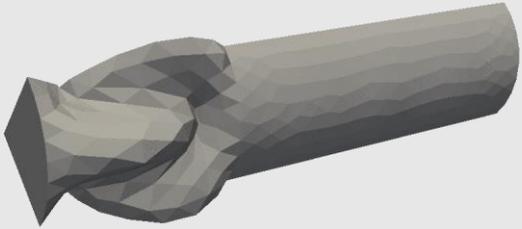
## 固有振動数



- C3D4とC3D4Hは固有振動数がやや高い(硬い).
- F-barES-FEM-T4はC3D8(参照解)とよく一致している.

# 1/4円柱のモード解析

## 固有モード

	1 <sup>st</sup> Mode	11 <sup>th</sup> Mode
ABAQUS C3D8	 <p>ODB: multi_mat_cylinder_hex_freq_nu499.odb Abaqus/Standard 6.14.2 Tue Oct 06 19:23:20 JST 2015 Step: Step-1 Mode 1: Value = 94.783 Freq = 1.5495 (cycles/time) Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +6.000e-01</p>	 <p>ODB: multi_mat_cylinder_hex_freq_nu499.odb Abaqus/Standard 6.14.2 Tue Oct 06 19:23:20 JST 2015 Step: Step-1 Mode 11: Value = 44573. Freq = 33.601 (cycles/time) Deformed Var: U Deformation Scale Factor: +6.000e-01</p>
F-barES- FEM-T4		

比較的高次までF-barES-FEM-T4の固有モードはC3D8(参照解)と一致している。

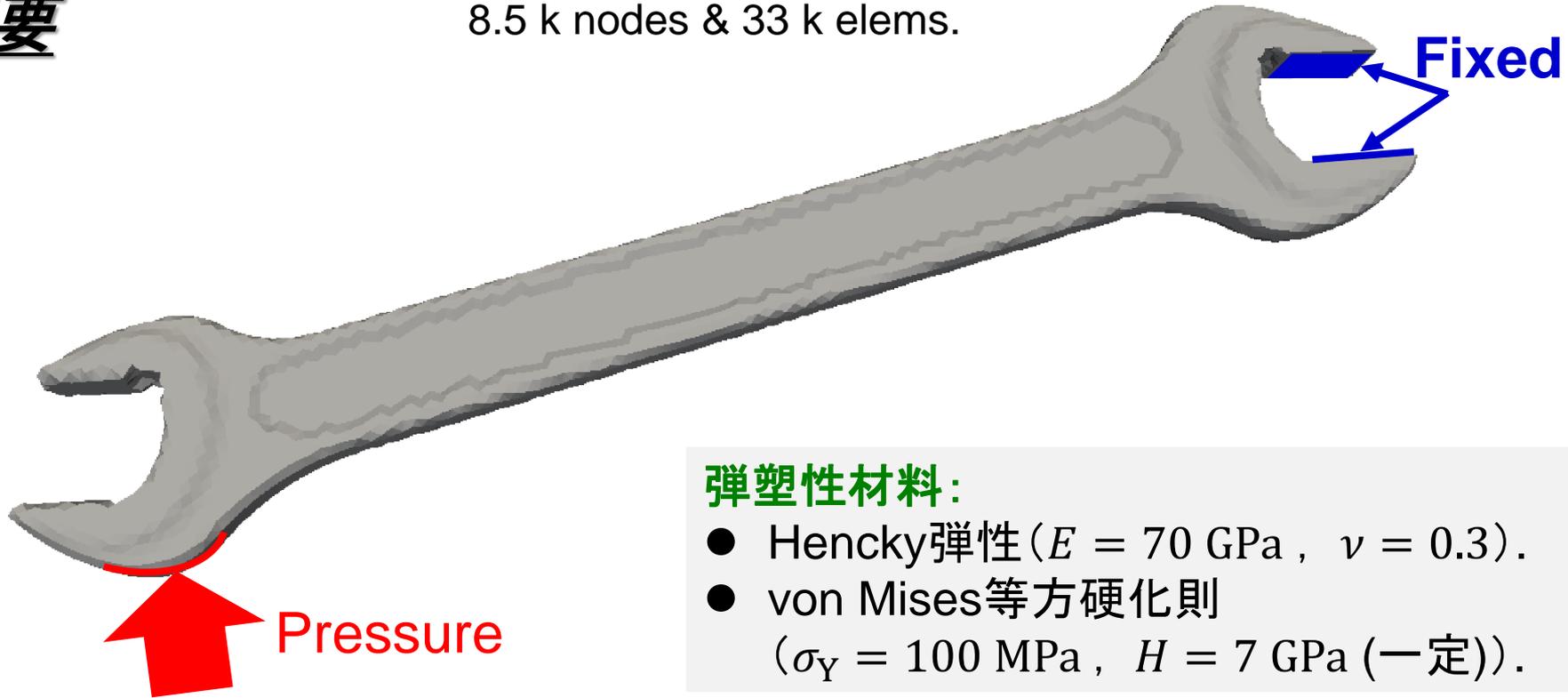
# 4. デモ解析例

種々のS-FEMを用いて静的な弾塑性解析や自動リメッシング有りの解析例を示します.

# 弾塑性スパナの曲げ

## 概要

8.5 k nodes & 33 k elems.



### 弾塑性材料:

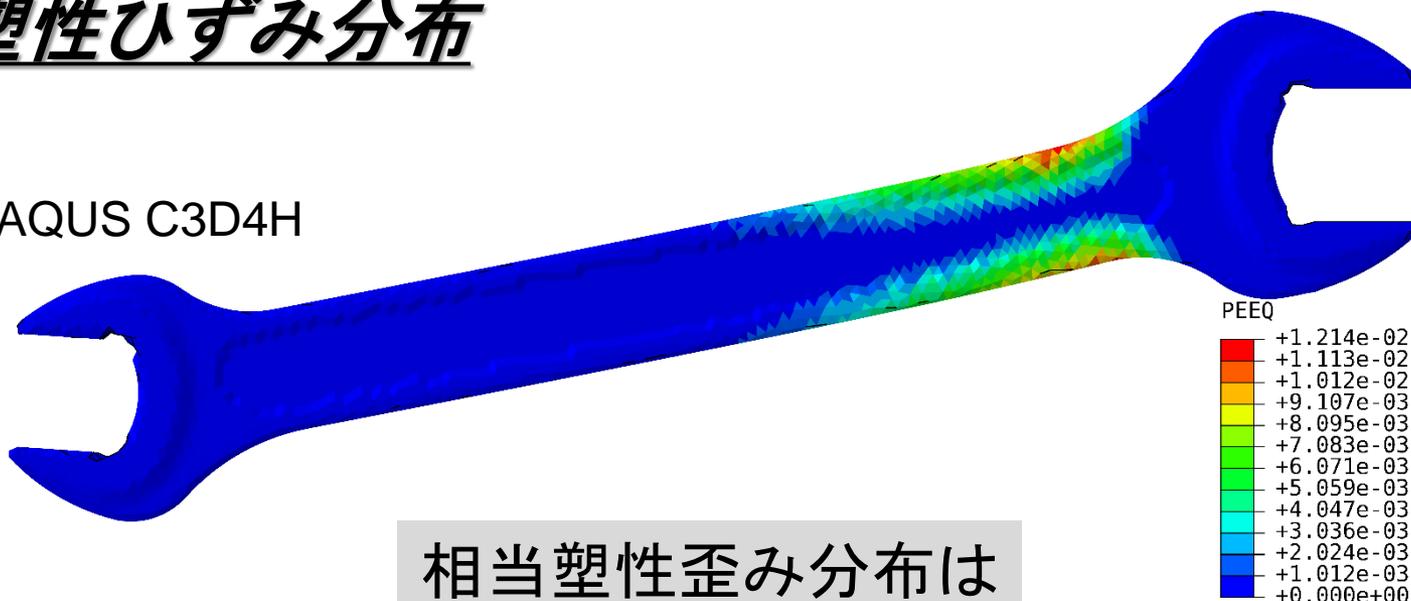
- Hencky弾性 ( $E = 70 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ).
- von Mises等方硬化則 ( $\sigma_Y = 100 \text{ MPa}$ ,  $H = 7 \text{ GPa}$  (一定)).

- 右上の2面を完全拘束.
- 左下の面の一部に圧力荷重.
- 同一の非構造T4メッシュでABAQUS C3D4Hと比較.

# 弾塑性スパナの曲げ

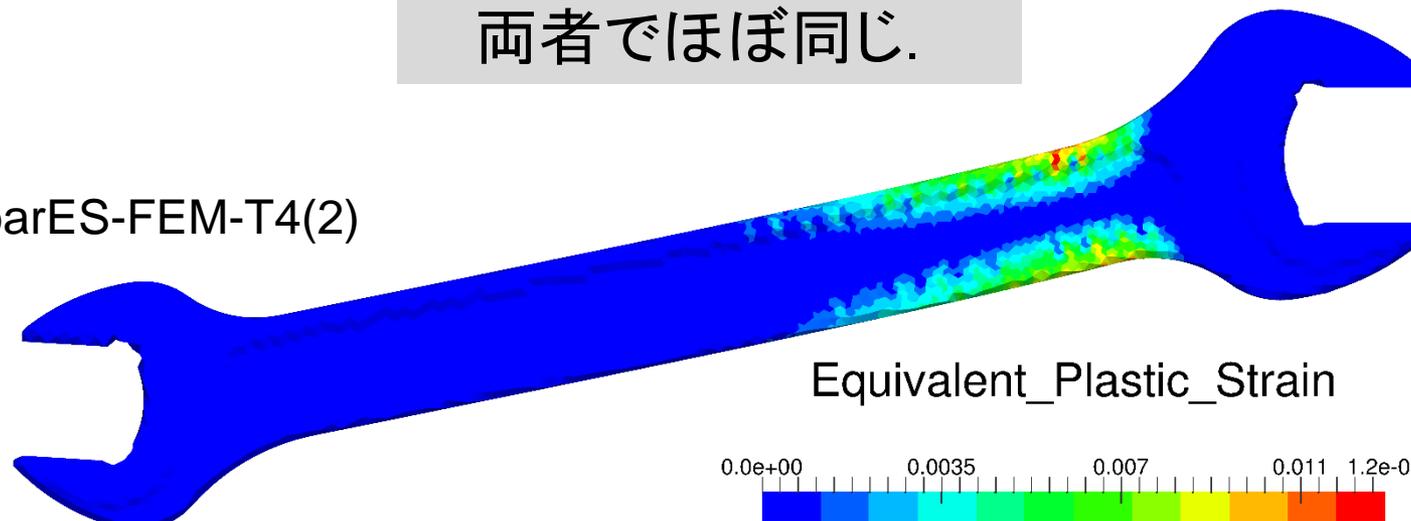
## 相当塑性ひずみ分布

ABAQUS C3D4H



相当塑性歪み分布は  
両者でほぼ同じ.

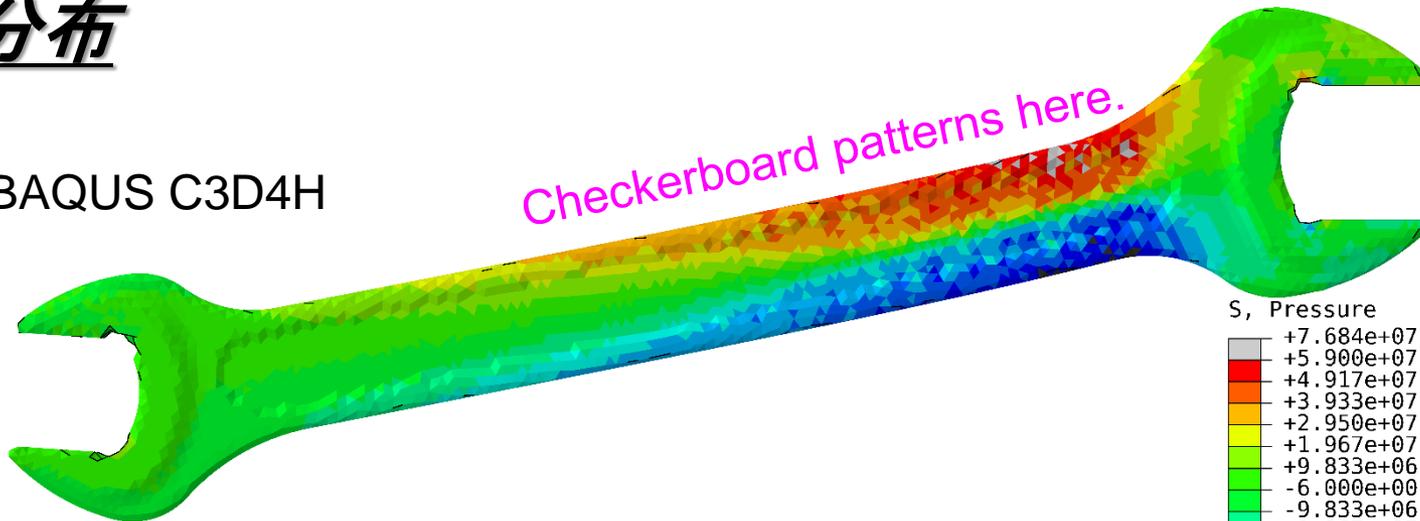
F-barES-FEM-T4(2)



# 弾塑性スパナの曲げ

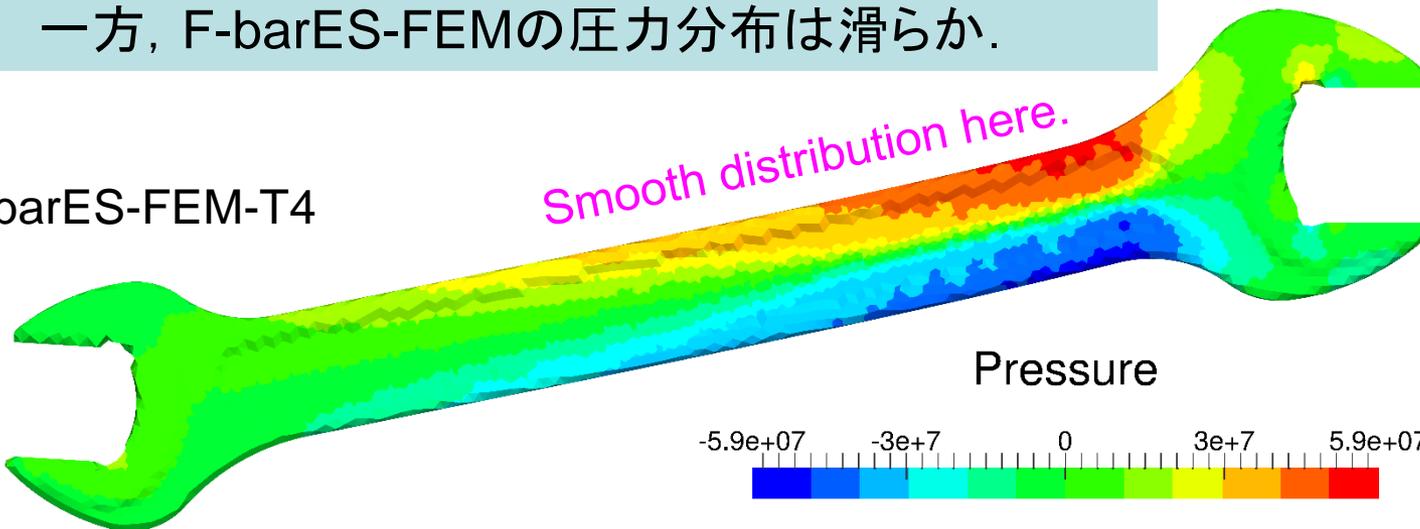
## 圧力分布

ABAQUS C3D4H



C3D4Hでは微小変形域でも圧力振動がある。  
一方、F-barES-FEMの圧力分布は滑らか。

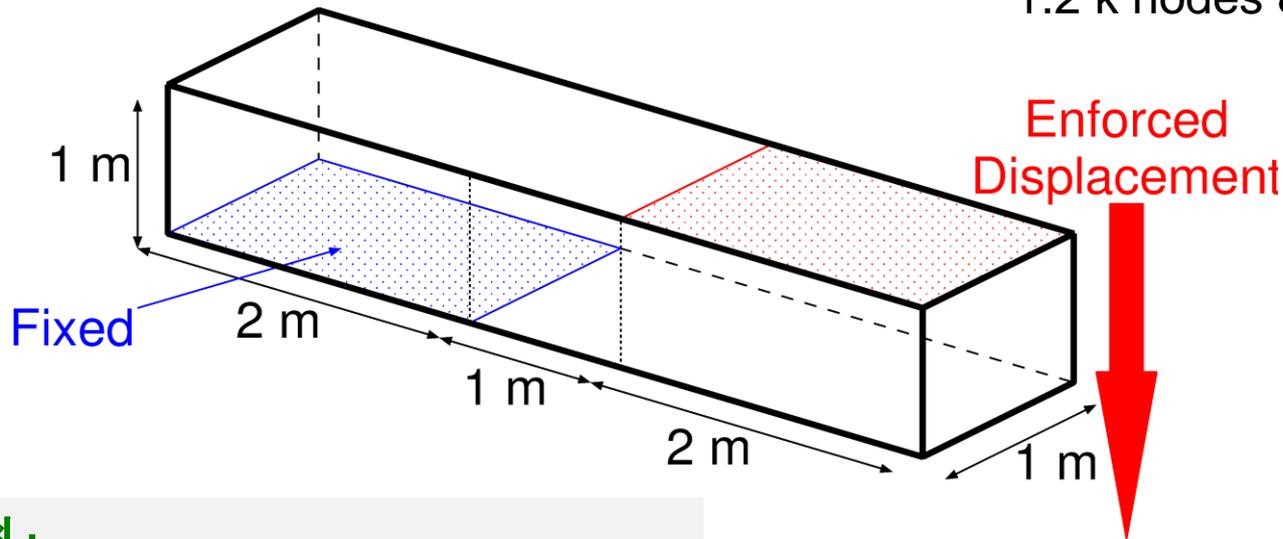
F-barES-FEM-T4



# 弾塑性角棒のせん断引張り

## 概要

1.2 k nodes & 4.8 k elems.



### 弾塑性材料:

- Hencky弾性 ( $E = 1 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ).
- von Mises等方硬化則 ( $\sigma_Y = 1 \text{ MPa}$ ,  $H = 0.1 \text{ GPa}$  (一定)).

- 左下面を完全拘束.
- 右上面を面内拘束のうえ、下向きに強制変位
- 同一の非構造T4メッシュでABAQUS C3D4Hと比較.

# 弾塑性角棒のせん断引張り

F-bar

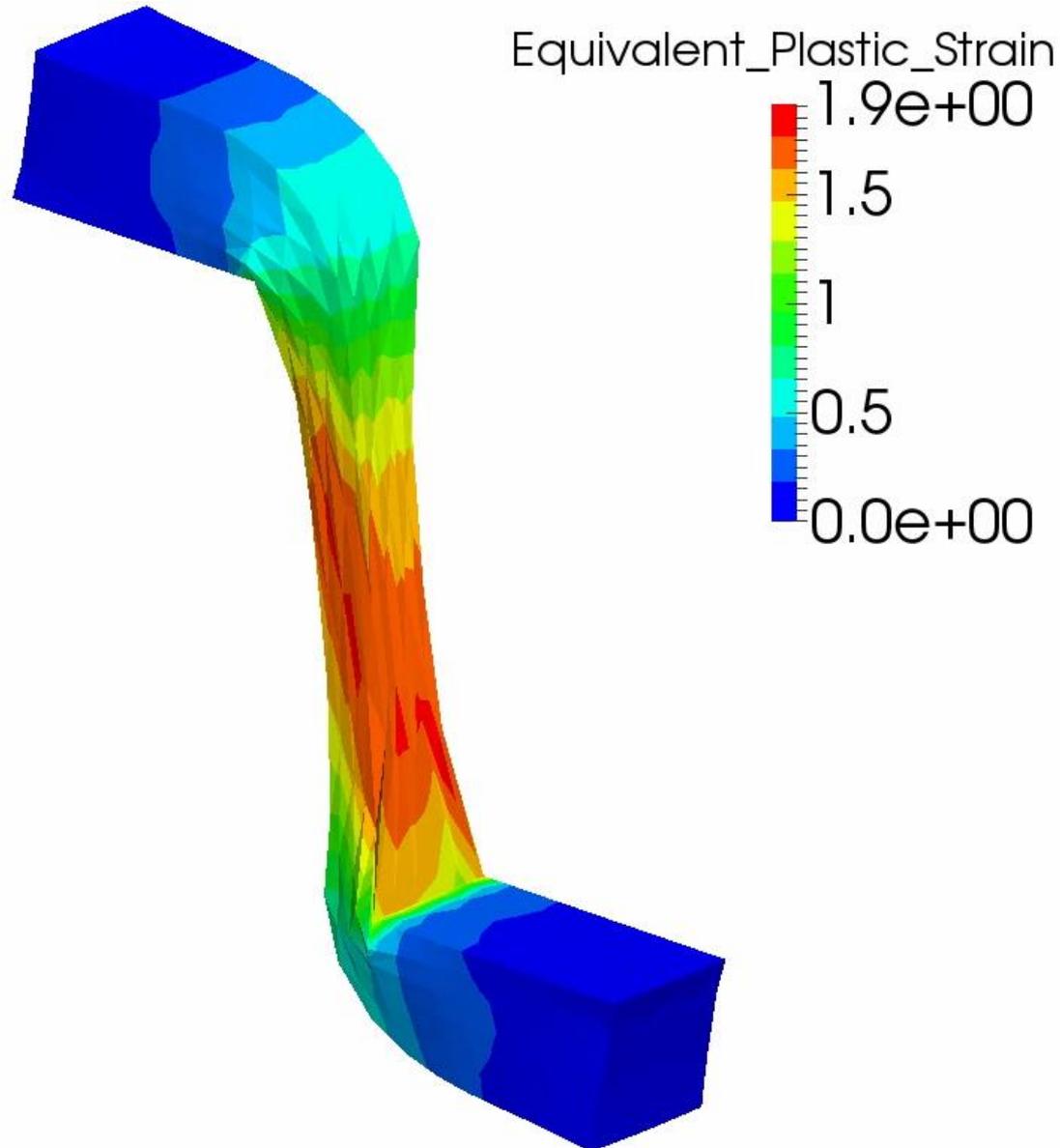
ES-FEM

-T4(2)

解析結果

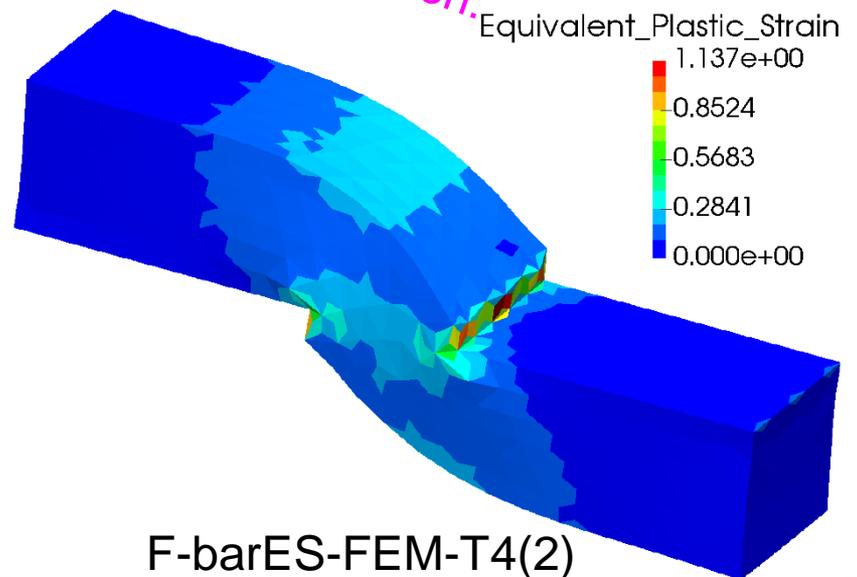
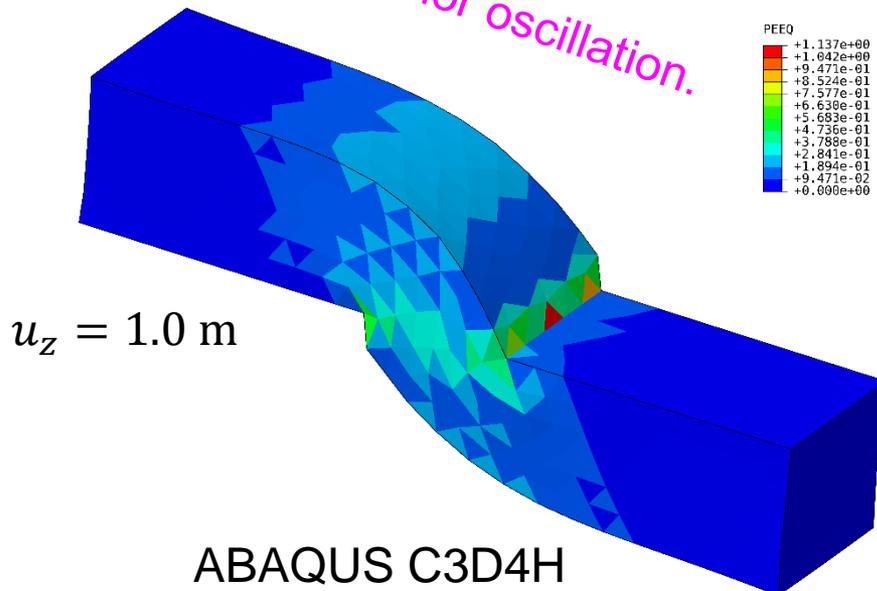
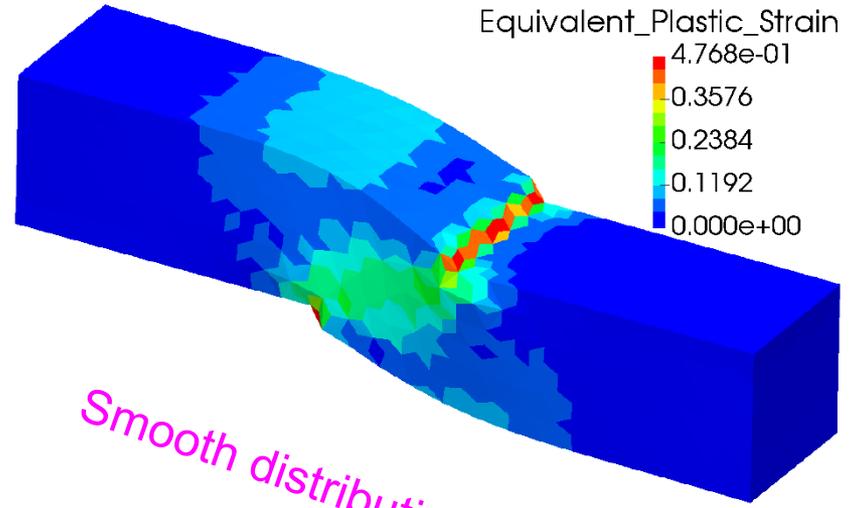
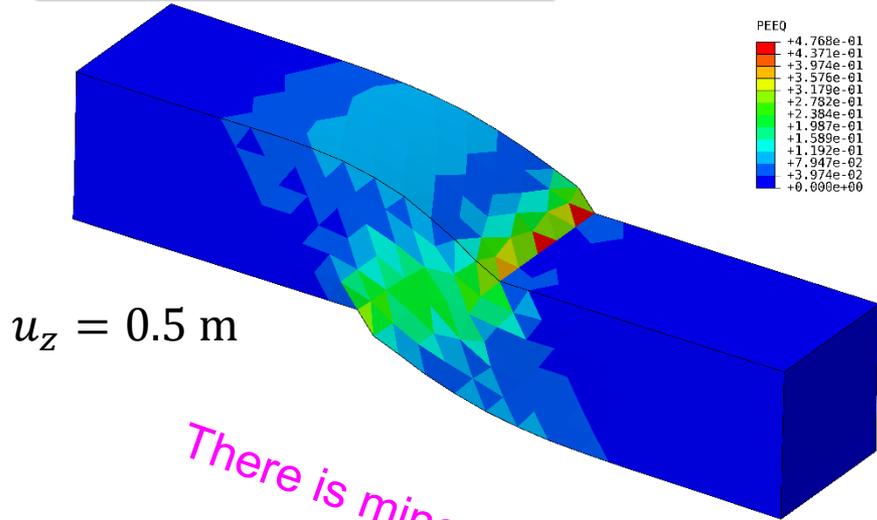
相当塑性

歪み分布



# 弾塑性角棒のせん断引張り

## 相当塑性歪み分布

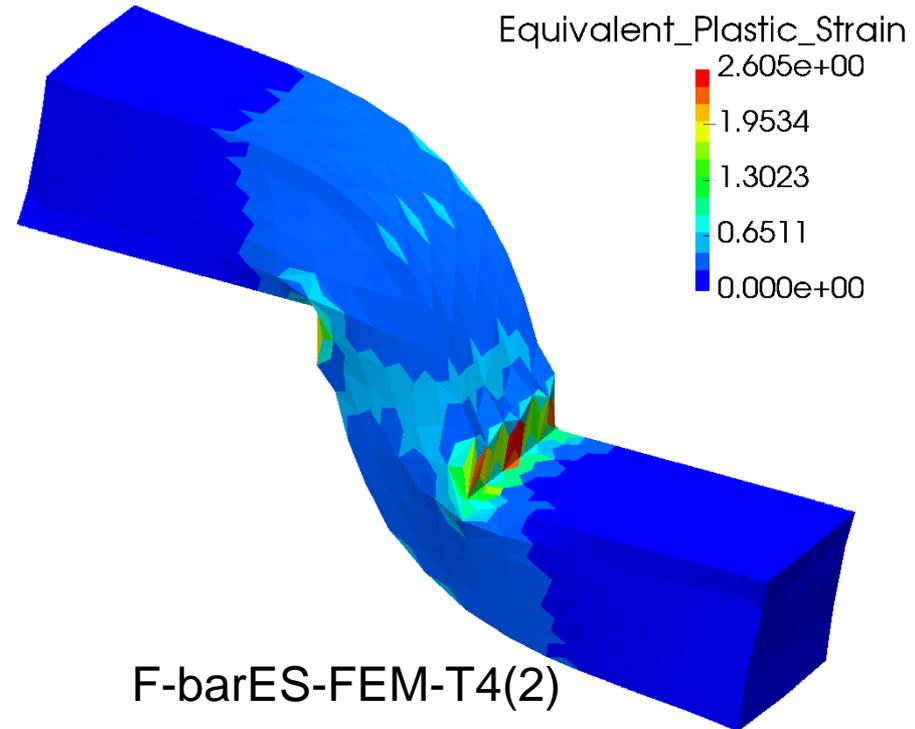
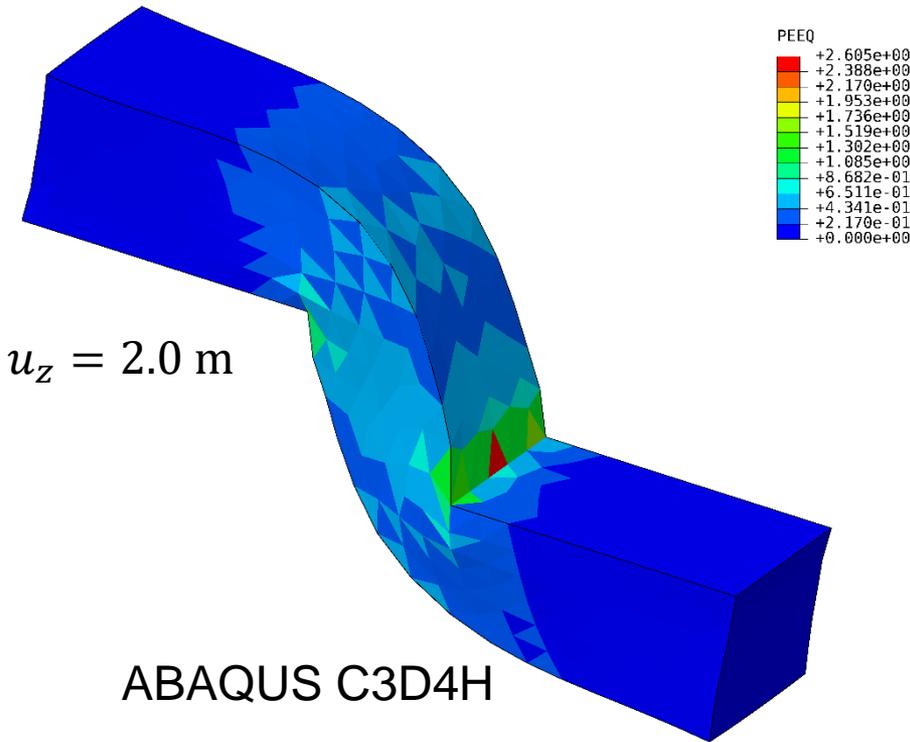


ABAQUS C3D4H

F-barES-FEM-T4(2)

# 弾塑性角棒のせん断引張り

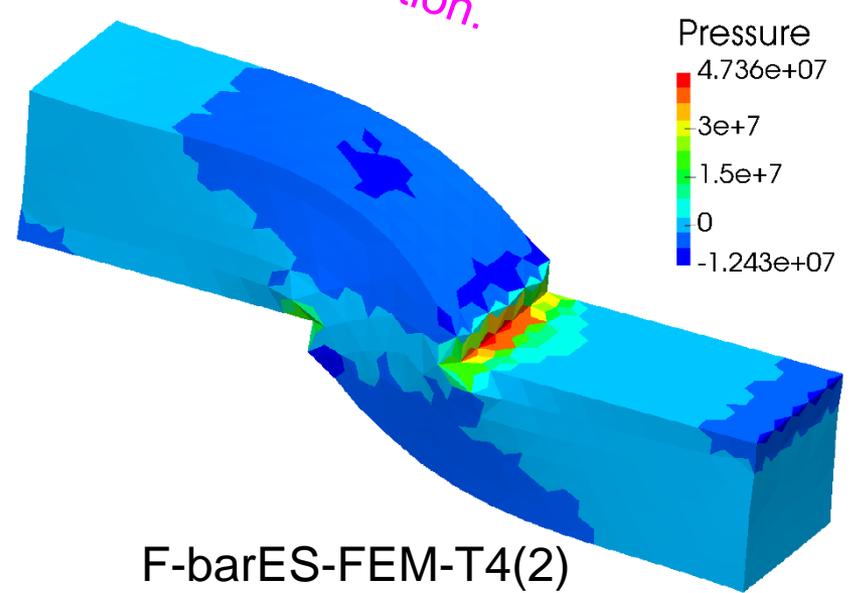
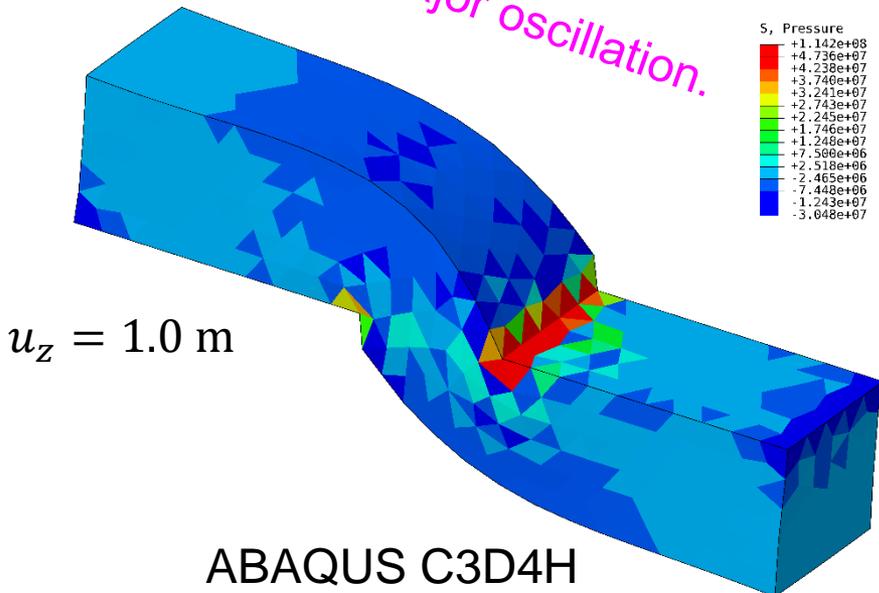
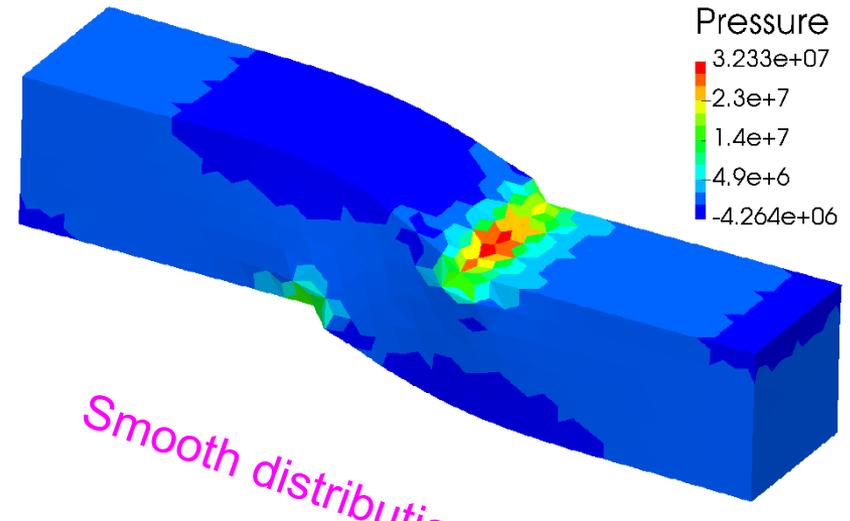
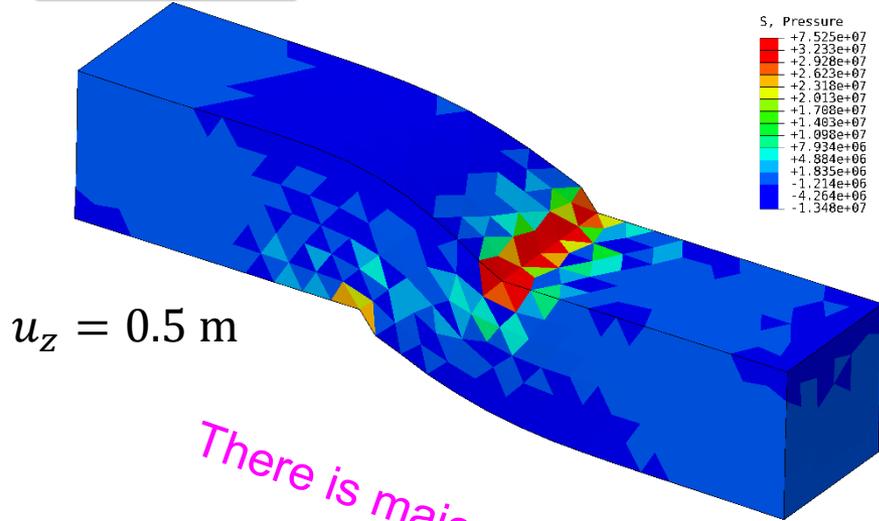
## 相当塑性歪み分布



ABAQUS C3D4Hの相当塑性歪み分布には奇妙な振動がある一方、F-barES-FEMは妥当な分布を示している。

# 弾塑性角棒のせん断引張り

## 圧力分布

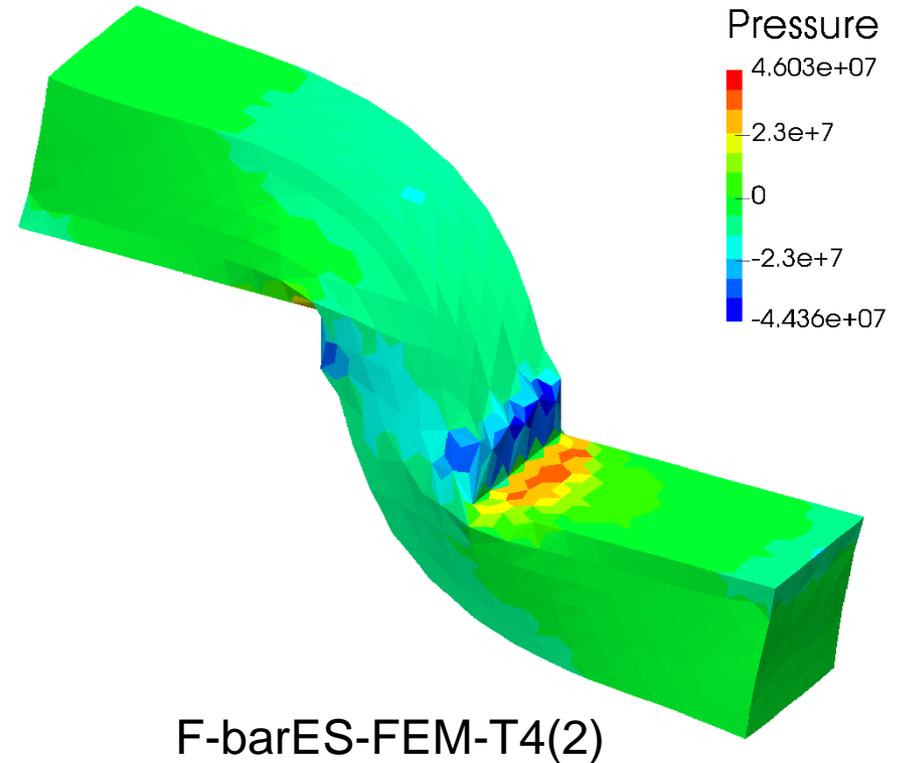
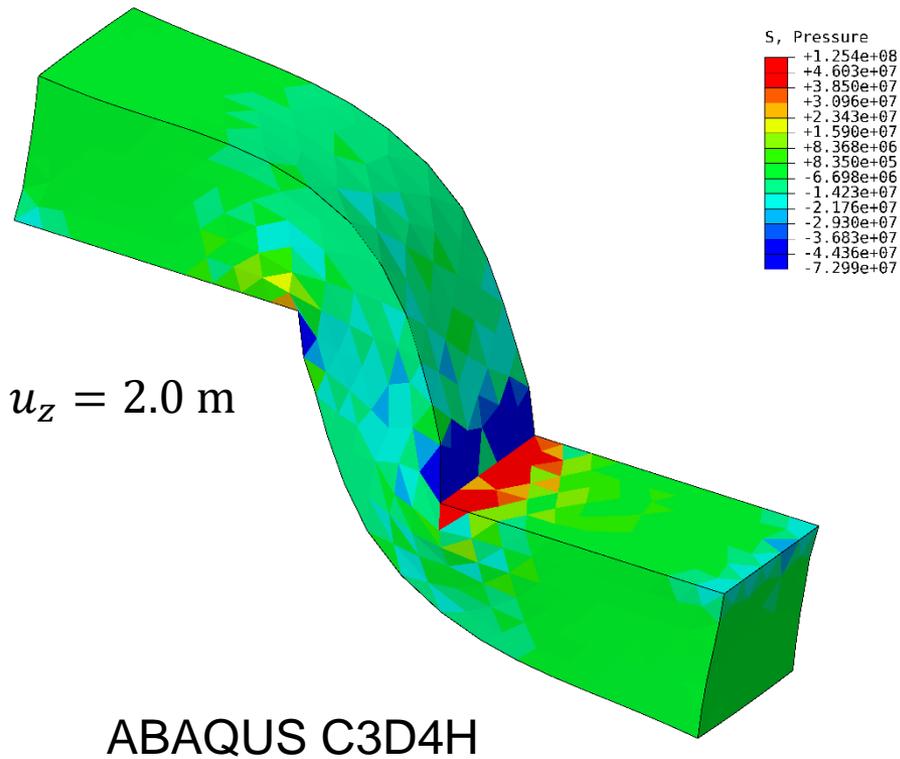


ABAQUS C3D4H

F-barES-FEM-T4(2)

# 弾塑性角棒のせん断引張り

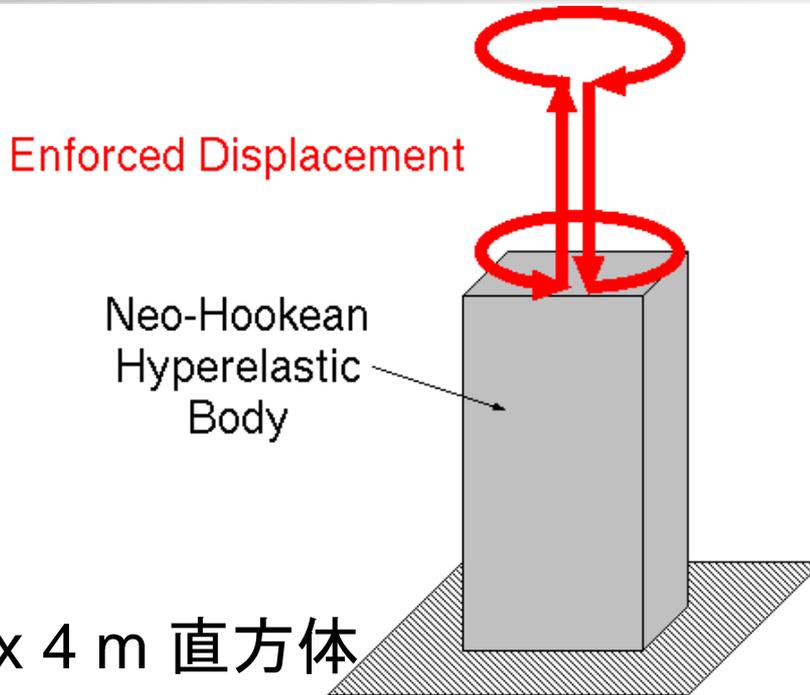
## 圧力分布



ABAQUS C3D4Hには顕著な圧力振動が見られる一方、F-barES-FEMでは圧力振動が相当程度抑えられている。

# 超弾性ブロックのねじり引張り解析

## 概要



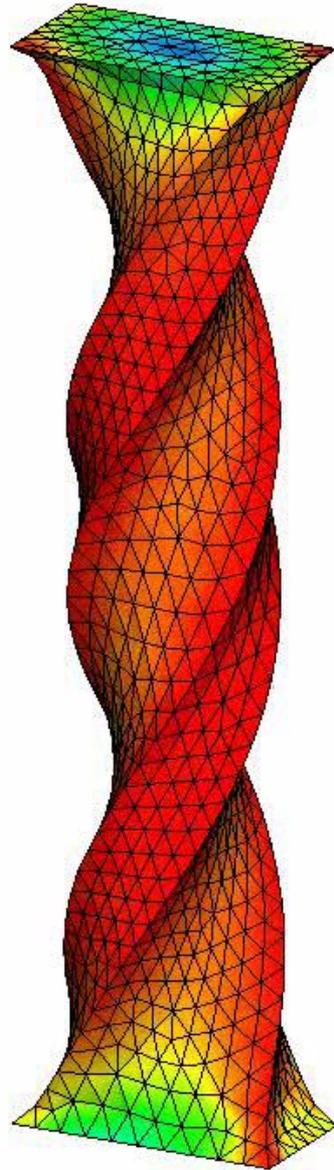
- 1 m x 2 m x 4 m 直方体
- Neo-Hookean超弾性体:  
 $C_{10} = 1 \text{ GPa}$ ,  $D_1 = 400 \text{ GPa}^{-1}$  ( $\nu_0 \approx 0.48$ )
- 下面を完全拘束し, 上面をねじる  $\Rightarrow$  引張る  
 $\Rightarrow$  ねじりを戻す  $\Rightarrow$  引張りを戻す.
- Selective FS/NS-FEM-T4で解析.
- 90度ねじり, および50%伸縮ごとにメッシュリゾーニングを実施

# 超弾性ブロックのねじり引張り解析

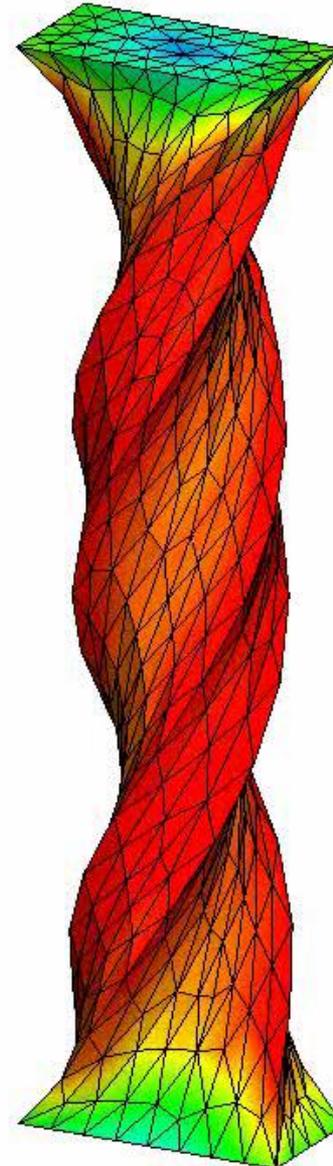
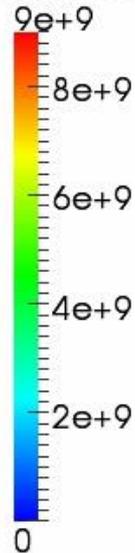
Selective  
FS/NS-FEM

の結果

メッシュ  
リゾーニング  
あり



Mises Stress (Pa)



Selective  
FS/NS-FEM

の結果

メッシュ  
リゾーニング  
なし

# 超弾性ブロックのねじり引張り解析

## 最終状態の残留変位

Displacement Magnitude (m)

0.0005

=収束計算の残差

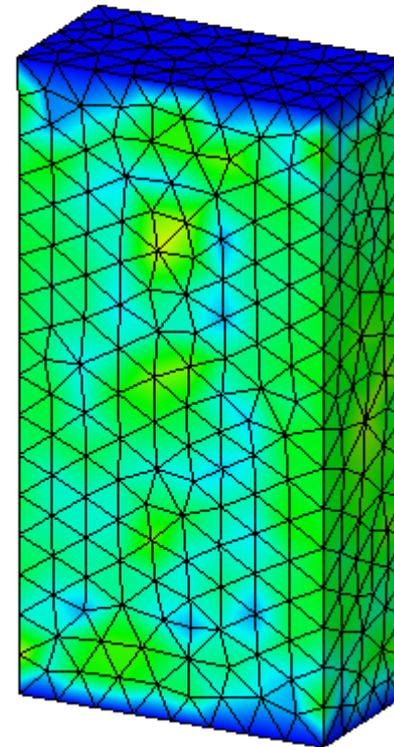
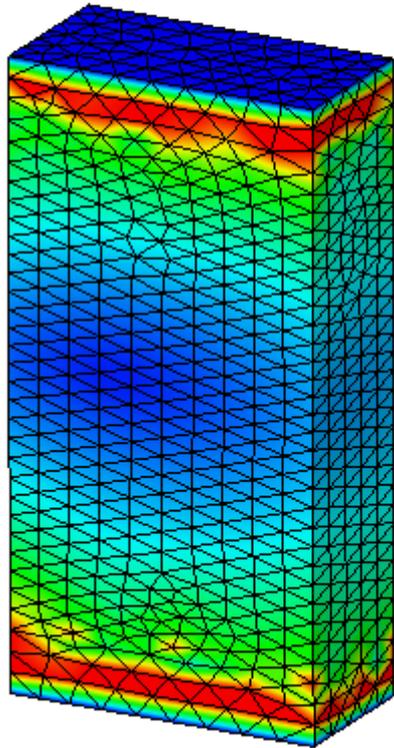
0.0004

0.0003

0.0002

0.0001

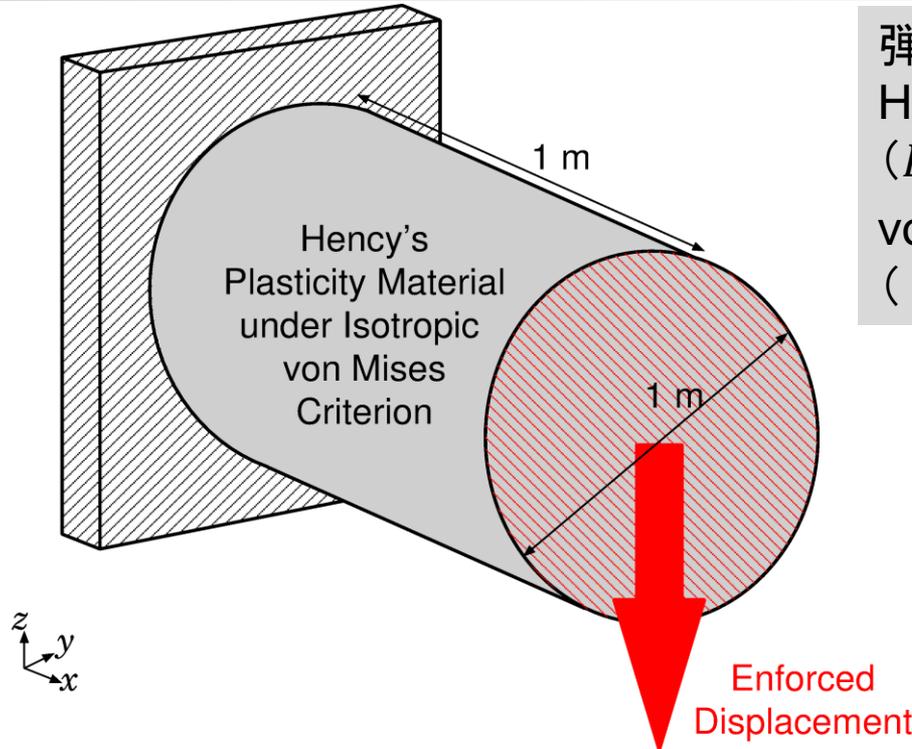
0



多数回  
メッシュ  
リゾーニング  
を行っても  
正確に  
元の位置に  
戻っている!!

# 弾塑性円柱のせん断ネッキング解析

## 概要

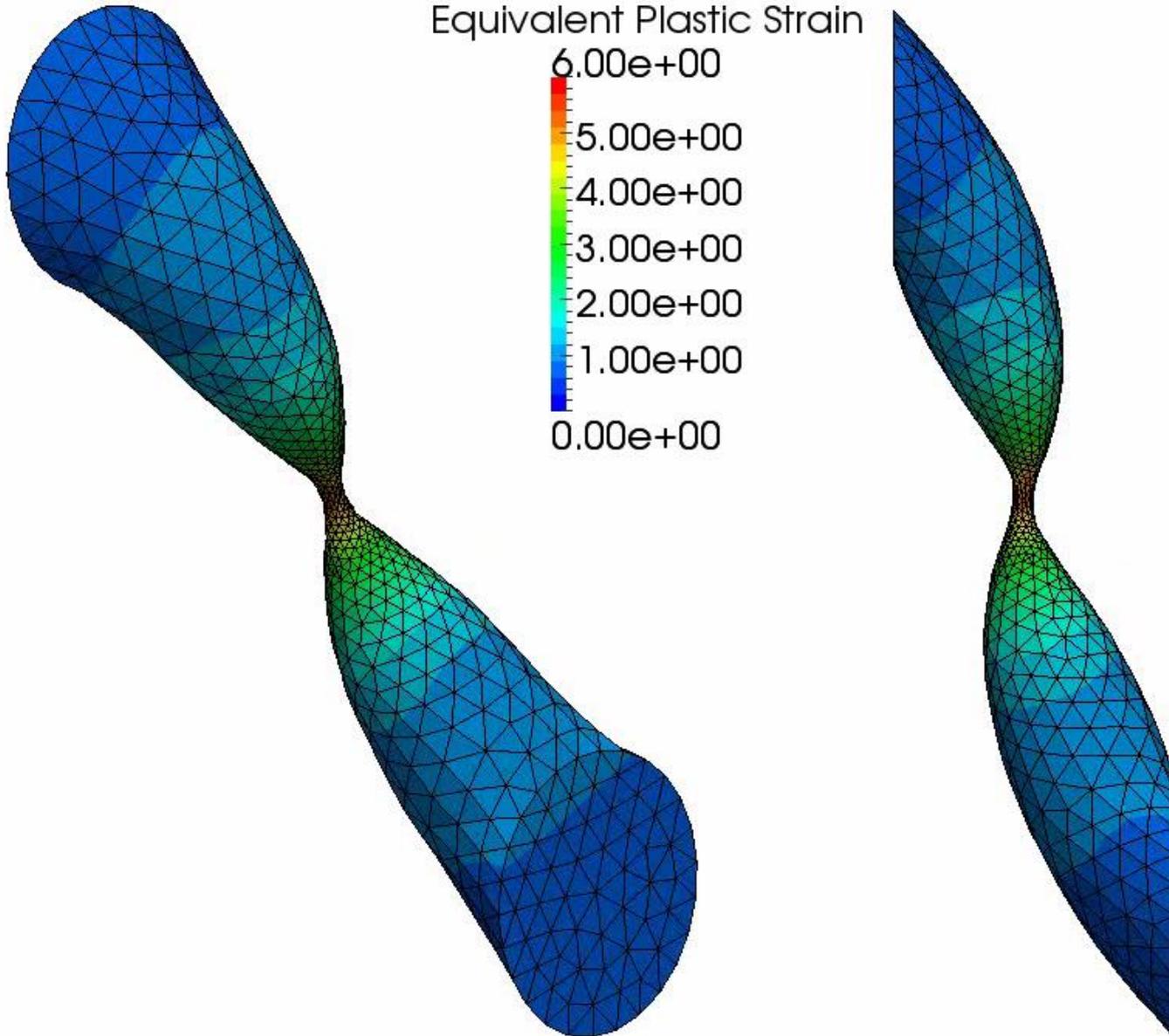


弾塑性材料:  
Hencky弾性  
( $E = 70 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$ ),  
von Mises等方硬化則  
( $\sigma_Y = 100 \text{ MPa}$ ,  $H = 0.7 \text{ GPa}$ ).

- 奥の断面を完全拘束.
- 手前断面を面内変位拘束し, 下方方向に強制変位.
- Selective FS/NS-FEM-T4で解析.
- 時間ステップ25回毎にメッシュリゾーニングを実施.

# 弾塑性円柱のせん断ネッキング解析

FS/NS-  
FEMの  
解析  
結果



妥当な解が  
得られている。

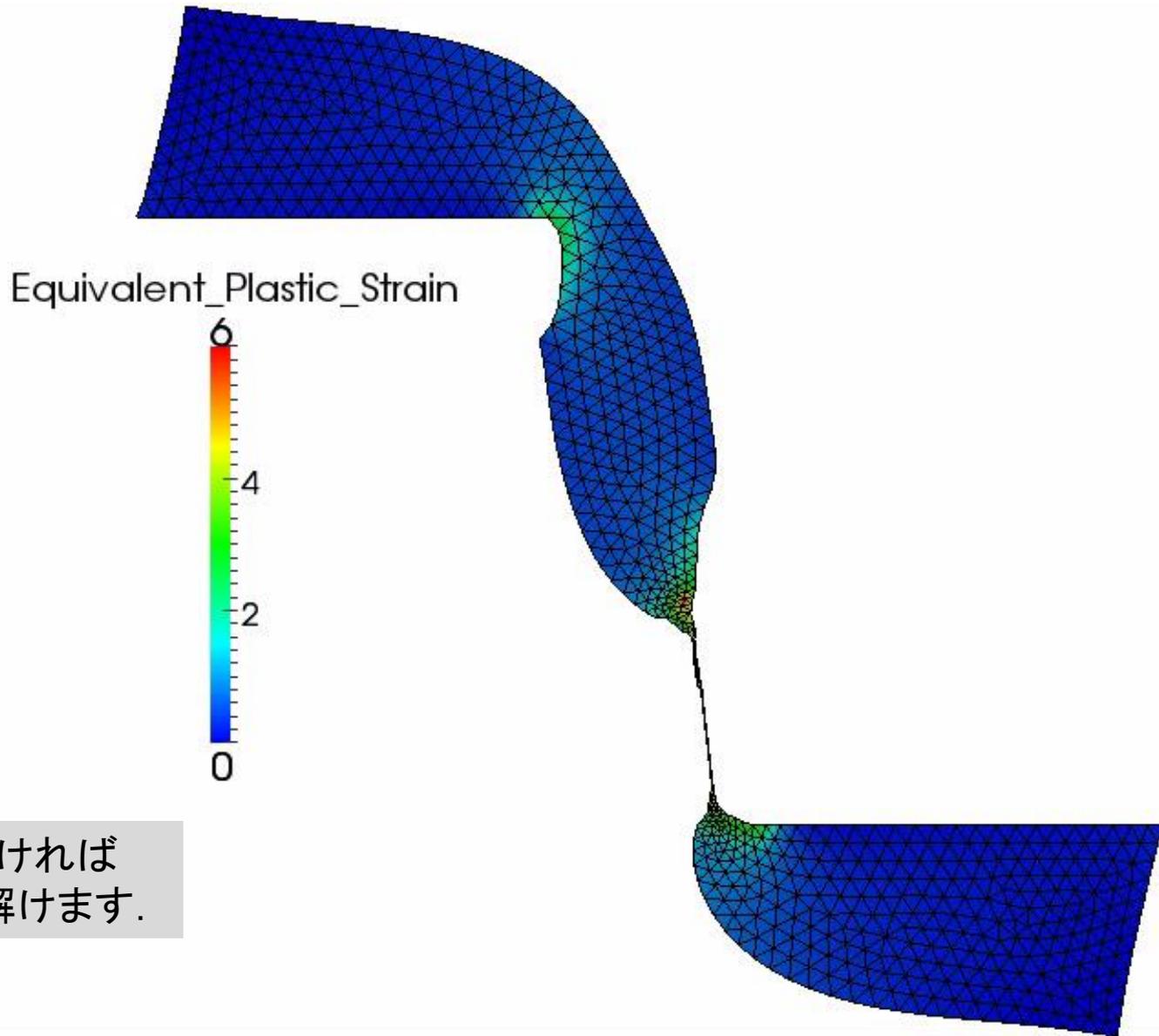
しかし、  
2.8m変位を  
超えた所で  
メッシュ  
リゾーニング  
エラーで  
解析終了。

ネックの最終  
ひずみ( $F_{zz}$ )は  
72.9. つまり  
7000%超の  
公称ひずみ。



# 弾塑性2D角柱のせん断ネッキング解析

ES/NS-  
FEMの  
解析  
結果



時間をかければ  
ここまで解けます.



# 5. まとめ

# まとめ

- 平滑化有限要素法(S-FEM)のアイデアに基づき,
  - 4節点四面体要素(中間節点なし)
  - せん断／体積／コーナーロッキングフリー
  - 圧力振動フリー
  - 大変形でも安定を満足する定式化手法「**F-barES-FEM-T4**」を確立した.
- 種々の**微圧縮性材料**の解析を通じて手法の有効性を示した.
- メッシュ生成が容易な四面体を用いるので、**自動リメッシング**も可能であることも示した.
- 四面体静解析において**F-barES-FEM**は恐らく**世界最高精度**.
- 四面体動解析においても、圧力振動が気にならない問題であれば、**Selective S-FEM**や**B-barES-FEM**(説明を割愛)で充分実用に耐え得る.
- 今後はS-FEMの研究から産業化へと徐々に軸足を移す予定.