

四面体平滑化有限要素法による 高精度な粘弾性大変形解析

東京工業大学
工学院 システム制御系
大西 有希



研究背景

実現したい内容:

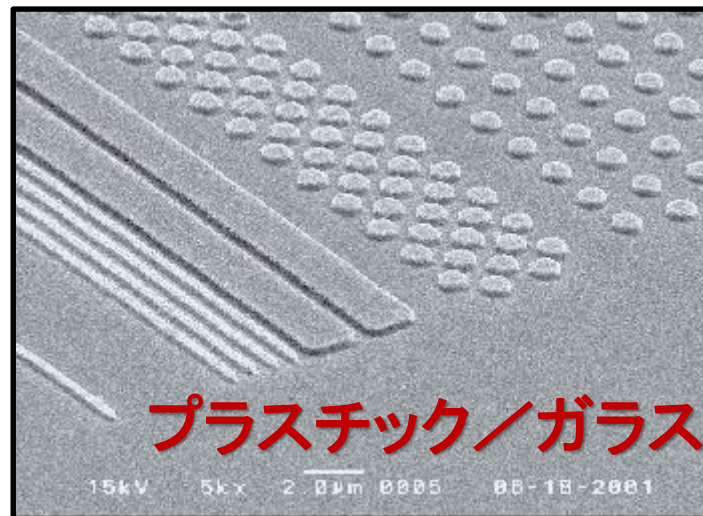
- 「超」大変形問題を高精度かつ安定に解きたい。
- 複雑形状を四面体で解きたい。
- 微圧縮性が現れる材料も解きたい。
- 自動リメッシングも実現したい。
- 接触も扱いたい。



ゴム



金属



プラスチック/ガラス

既存手法の問題点

四面体を用いる既存のFEMは**微圧縮性が現れる材料**の解析において精度と安定性に未だ問題がある。

■ 高次要素:

✗ 体積ロッキングが不可避。

中間節点の存在による接触や大変形の精度低下と不安定。

■ 拡張ひずみ仮定法(EAS):

✗ 擬似ゼロエネルギーモードにより不安定。

■ B-bar法, F-bar法, Selective法:

✗ 四面体要素にはそのまま適用できない。

■ F-barパッチ法:

✗ 良いパッチを作ることが難しい。

■ u/p混合(ハイブリッド)法:

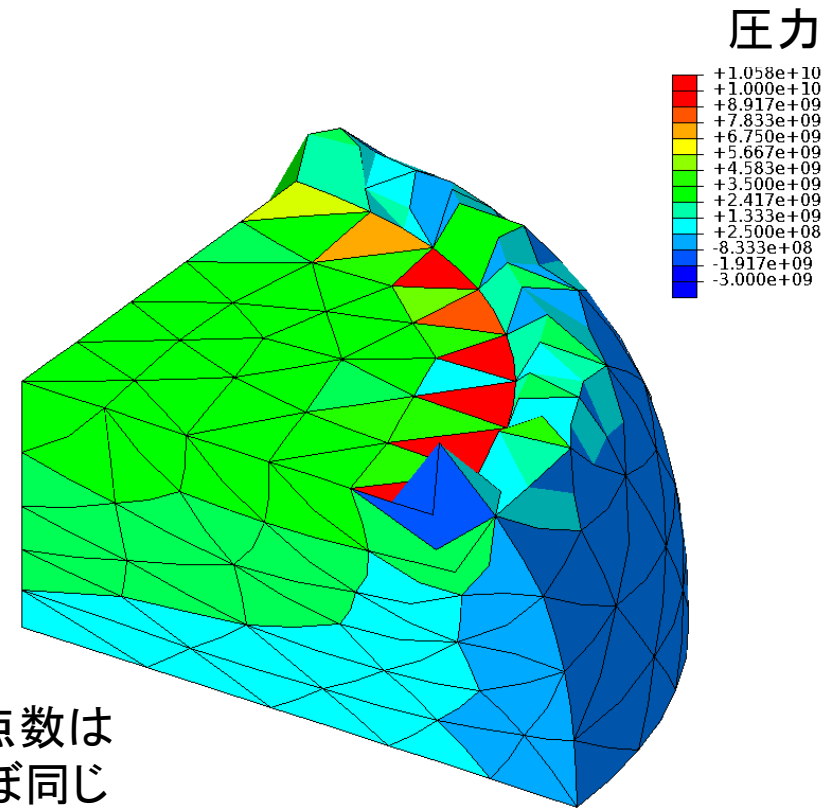
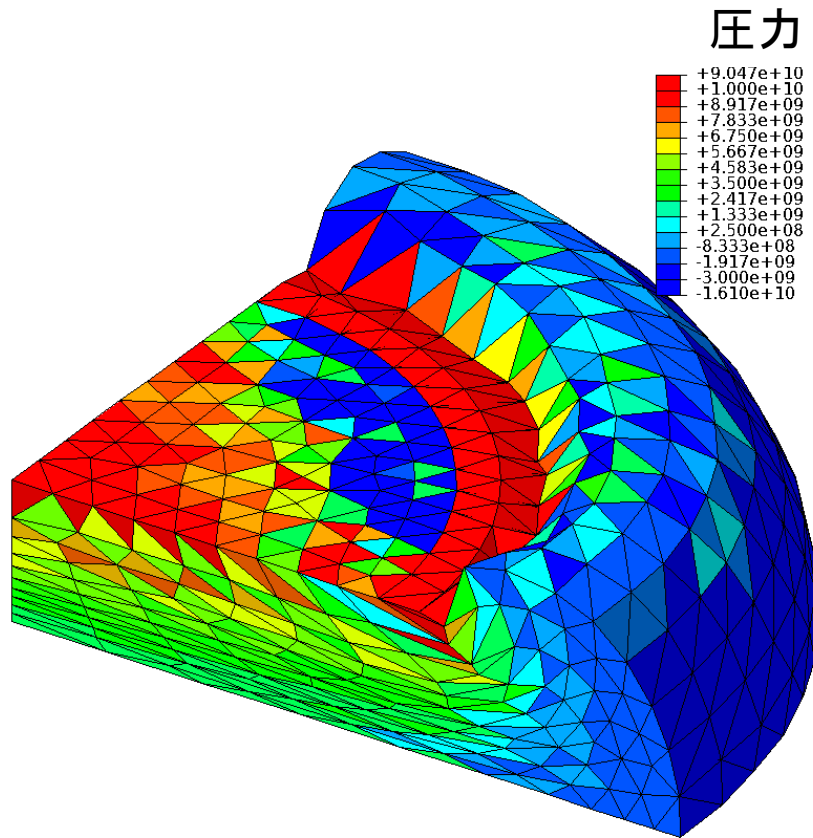
✗ 今のところ完全に満足できる定式化が提案されていない。

ただし, ある程度許容出来るものは提案されている。

(例: ABAQUS/Standardの「**C3D4H**」や「**C3D10MH**」など)

既存手法の問題点(つづき)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は
ほぼ同じ

四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ 体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動(チェッカーボード)あり.
- ✗ せん断/コーナーロッキングあり.

四面体2次修正ハイブリッド要素(C3D10MH)

- ✓ せん断/体積ロッキングなし.
- ✗ 内挿の精度低下あり.
- ✗ 大変形で早期の収束困難あり.

解決策

平滑化有限要素法 (Smoothed Finite Element Method: S-FEM) という新しい有限要素定式化のアイデアが近年提案され、研究が進んでいる。

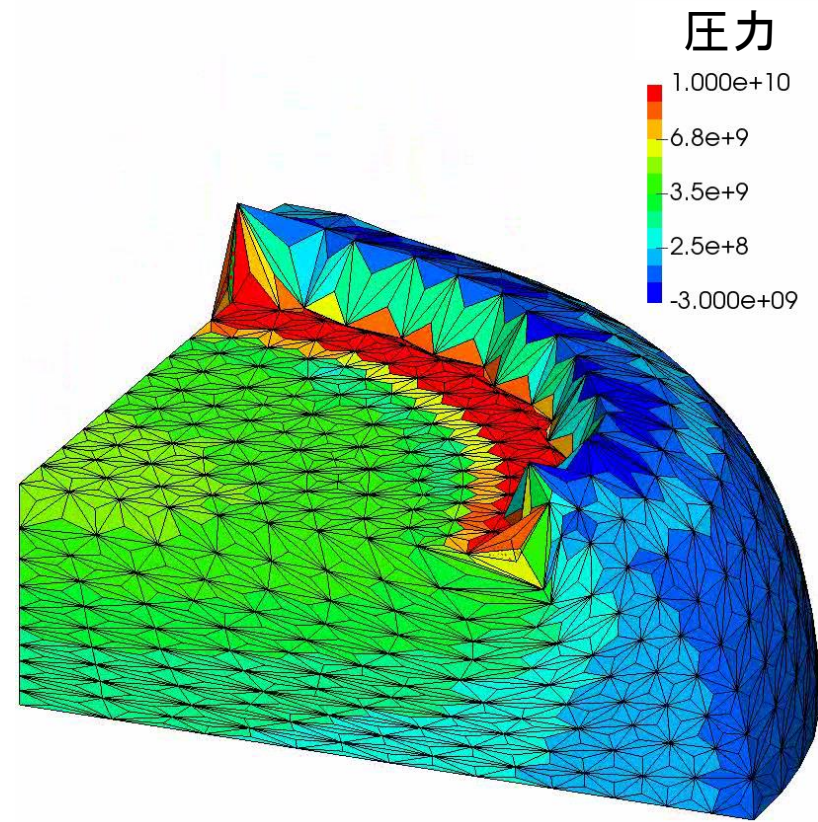
特に、最新の S-FEM 定式化である F-bar ES-FEM-T4 (詳細は後述) は超弾性体および弾塑性体の静解析および動解析で

- 4節点四面体要素 (中間節点なし)
- せん断 / 体積 / コーナーロッキングフリー
- 圧力振動フリー
- 大変形でも安定

の全てを満足する定式化であることが確認された。

解決策(つづき)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



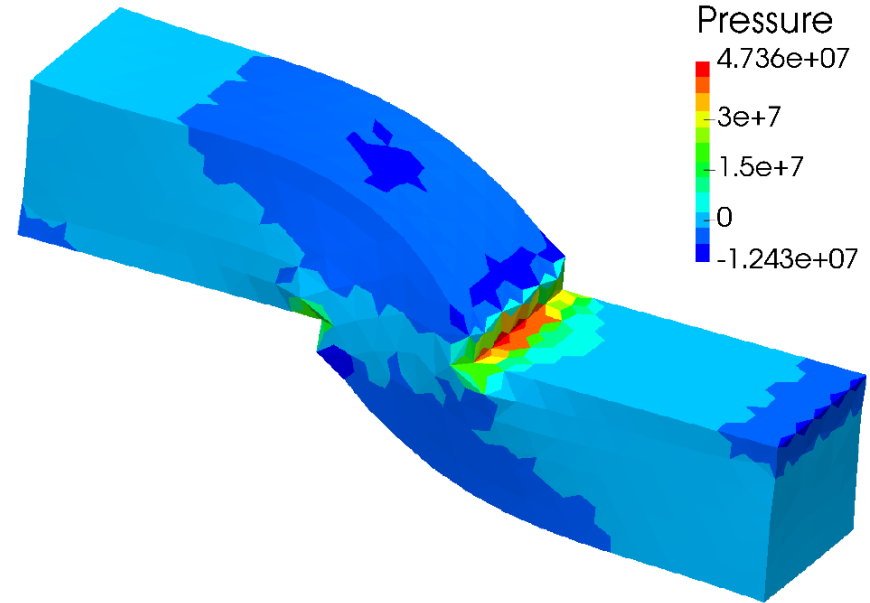
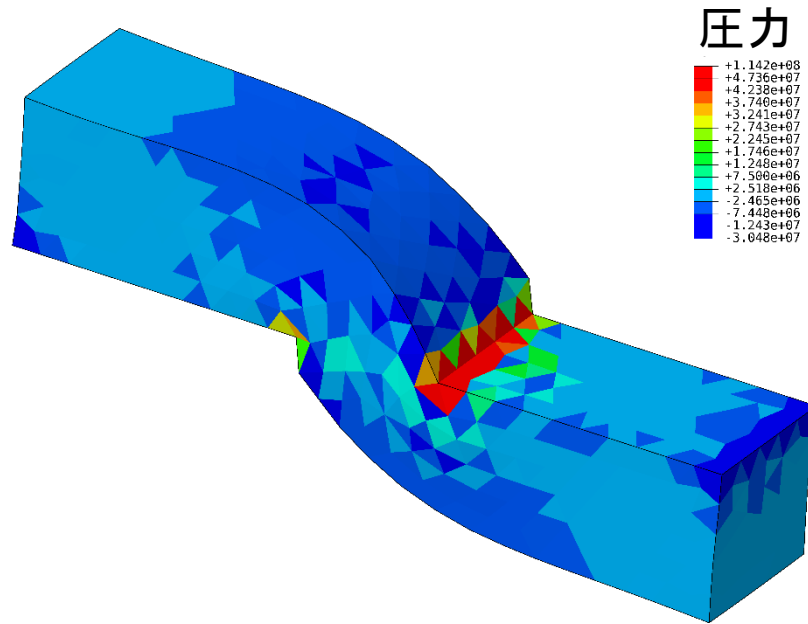
メッシュは
先程のC3D4H
と同じ.

F-barES-FEM-T4 (最新の平滑化有限要素法)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動は充分小さい.
- ✓ コーナーロッキングも充分小さい.

解決策(つづき)

四面体解析例) 材料: Hencky弾塑性体



四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ 体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動(チェッカーボード)あり.
- ✗ せん断ロッキングあり.

F-bar ES-FEM-T4

- ✓ 体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動(チェッカーボード)なし.
- ✓ せん断ロッキングなし.

ただし、粘弾性体の準静的解析への適用は未検討.

発表内容

最新の四面体平滑化有限要素法(S-FEM)定式化であるF-barES-FEM-T4を粘弾性体の準静的解析に適用し, 超弾性体や弾塑性体と同様, 高精度かつ安定に解析できることを示す.

発表目次:

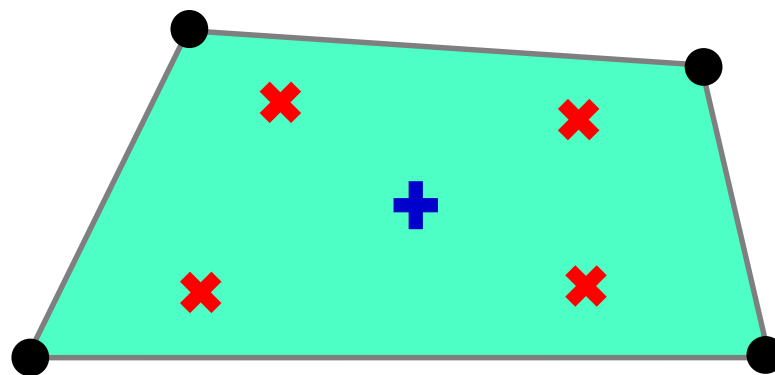
- F-barES-FEM-T4の定式化概要
- 粘弾性体の準静的解析例
- まとめ



F-barES-FEM-T4の定式化概要

F-bar法のおさらい

四角形(Q4)要素
および
六面体(H8)要素
のための手法



体積成分に対する
一種の
ローパスフィルター

アルゴリズム

- 標準的FEMと同様, **各積分点**で変形勾配 F を計算する.
- **要素中心**でも変形勾配 F を計算し, その体積変化率 $\det(F)$ を \bar{J} とおく.
- **各積分点**の変形勾配を次式により修正し, **合成された \bar{F}** を得る.

$$\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{\text{iso}}.$$

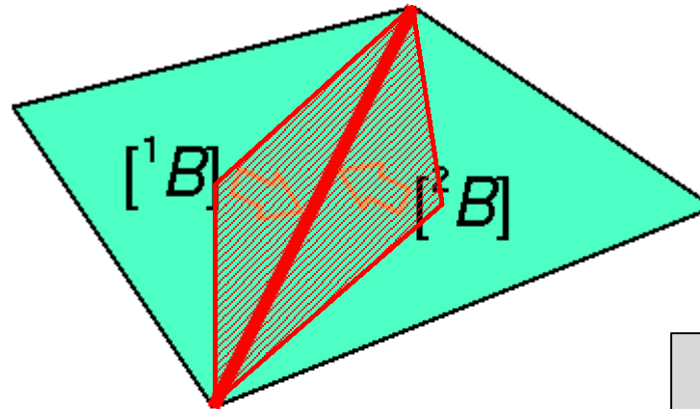
- \bar{F} を**各積分点**変形勾配とみなし, 応力・内力・剛性等計算する.

変形勾配の等積成分はそのままに, 体積成分にはローパスフィルターをかけることで**体積ロッキングを回避できる**.

ES-FEMのおさらい

- 要素の $[B]$ を通常のFEMと同様に計算する.
- 要素の $[B]$ を周囲の**エッジ**に要素体積を重みとして配り,
エッジで平均化して $[^{\text{Edge}}B]$ を作る.
- **エッジ**の平滑化領域の量として歪み, 応力, 節点内力を計算する.

積分点が
各エッジ中心に
あるイメージ



$[^{\text{Edge}}B]$

Edge T

$\{f^{\text{int}}\}$

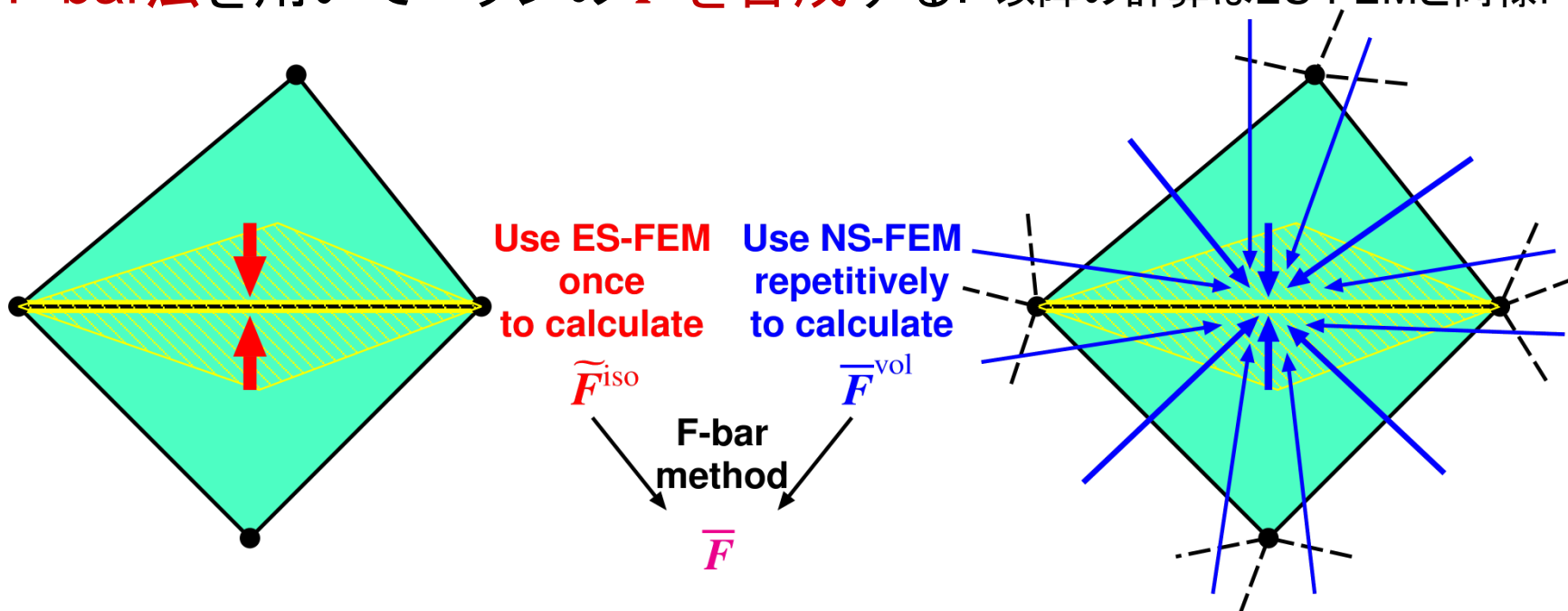
ES-FEM

体積ロッキングや
圧力振動を抑える
ことは出来ないが,
**四面体要素で
せん断ロッキングを
回避できる.**



F-barES-FEMの定式化概要

- エッジの F^{iso} をES-FEMを用いて計算する.
- エッジの \bar{J} にはNS-FEMを繰り返し適用して空間的にローパスフィルタされた J の値を用いる(詳細は後述).
- F-bar法を用いてエッジの \bar{F} を合成する. 以降の計算はES-FEMと同様.



せん断／体積／コーナーロッキング
および圧力振動が発生しない。

粘弾性の取り扱い

一般化Maxwellモデルにより粘弾性を考慮したHencky粘弾性体(極々普通の粘弾性材料モデル)を対象.

■ 応力

$$\begin{cases} T^{\text{hyd}} = K \text{tr}(\dot{H}) I, \\ T^{\text{dev}} = 2G_0 \left(H^{\text{dev}} - \sum g_i H_i^{\text{V}} \right). \end{cases}$$

体積弾性率 Hencky(対数)歪み
瞬間横弾性係数 Prony係数 粘性歪み

静水圧成分は粘性なし
偏差成分のみ粘性あり

■ 粘性歪みの時間発展

$$H_i^{\text{V}+} = R \cdot H_i^{\text{V}} \cdot R^{\text{T}} + \Delta H_i^{\text{V}}.$$

増分内剛体回転 粘性歪み増分

■ 解くべき方程式

$$[K]\{u\} = \{f\}$$

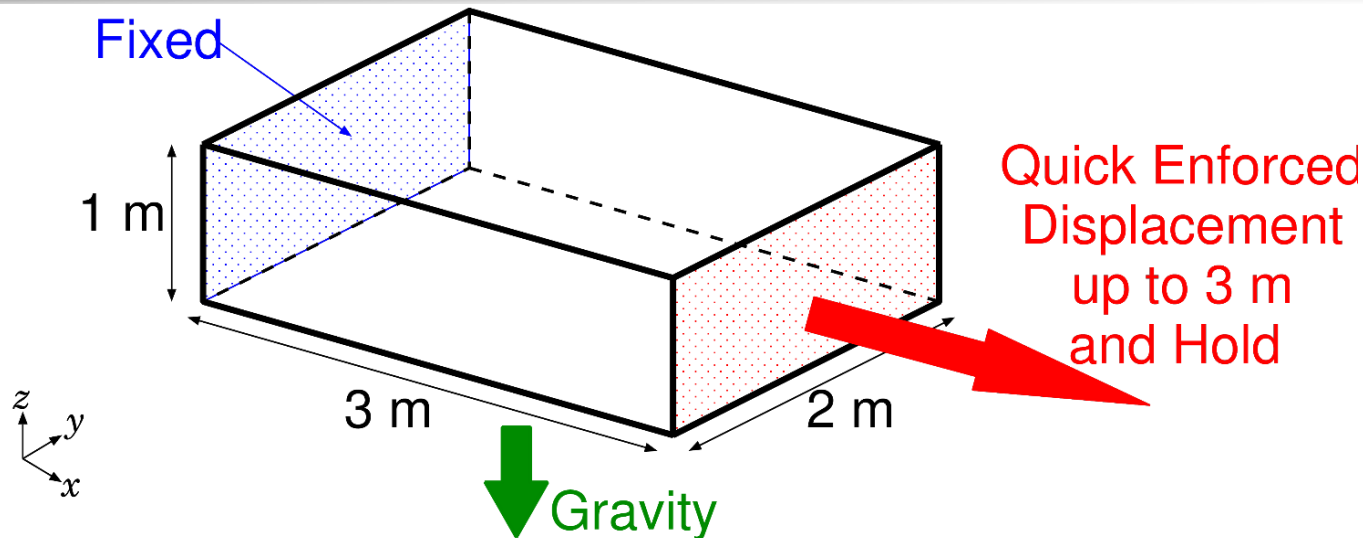
慣性は考慮しないので
静的解析と同じ.

粘弾性体の準静的解析例



粘弾性ブロックの引張懸垂解析

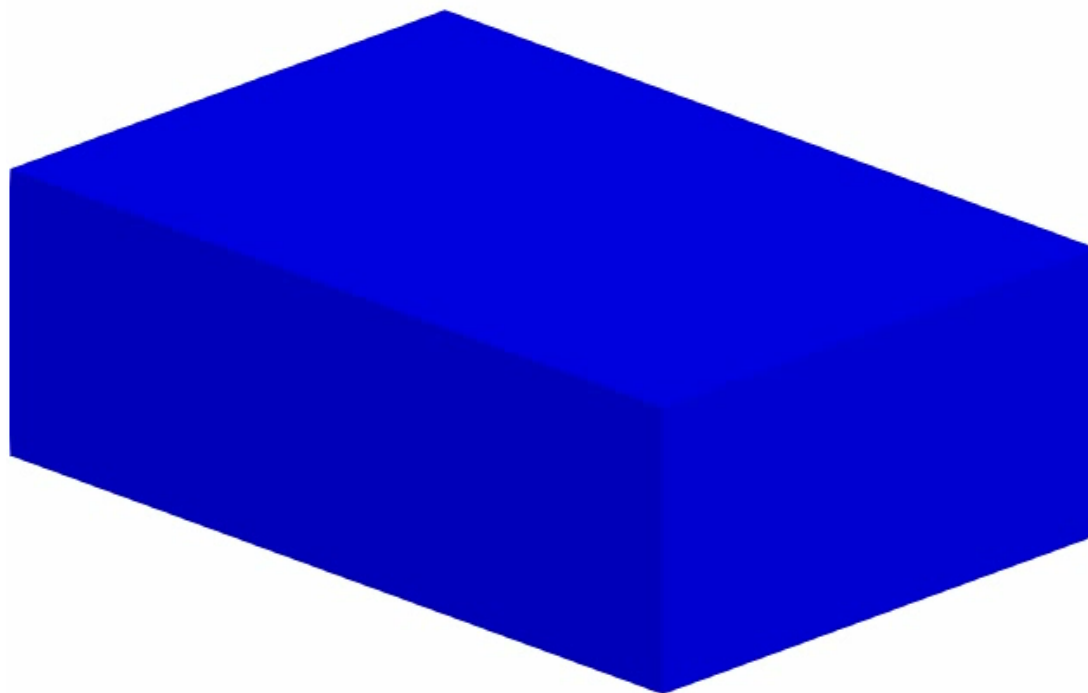
概要



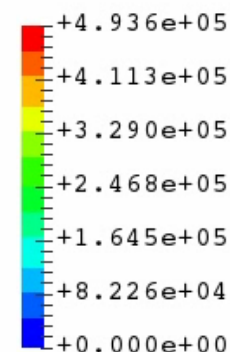
- 1m x 2m x 3m のブロックを10秒で100%引き伸ばした後, その変位を維持して重力で懸垂させる.
- 一般化Maxwellモデルにより粘弾性を考慮したHencky 粘弾性体. 瞬間ポアソン比 0.3, 長期ポアソン比約 0.49, Prony級数はせん断成分に対して1つだけで, 緩和時定数は 10秒.
- F-barES-FEM-T4(2)を用いて解析.
- ABAQUSの4節点四面体要素(C3D4), 同ハイブリッド要素(C3D4H)および8節点六面体選択的低減積分(C3D8)と比較.

粘弾性ブロックの引張懸垂解析

Mises応力分布(F-barES-FEM-T4(2))



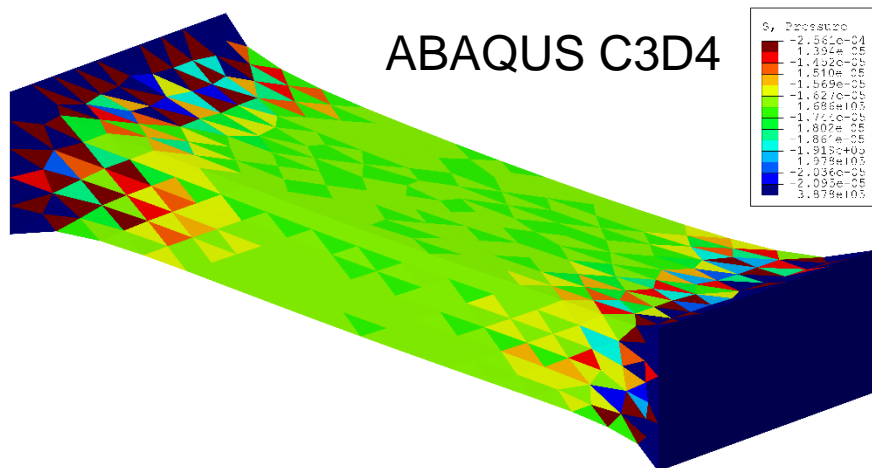
Mises_Stress



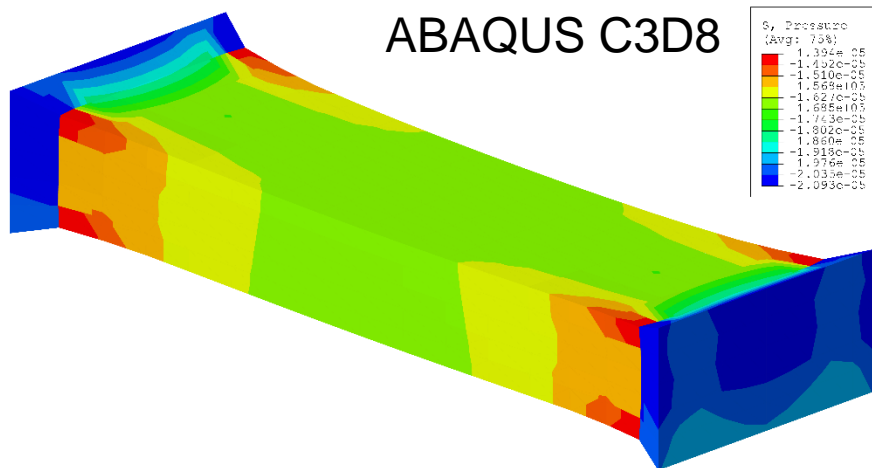
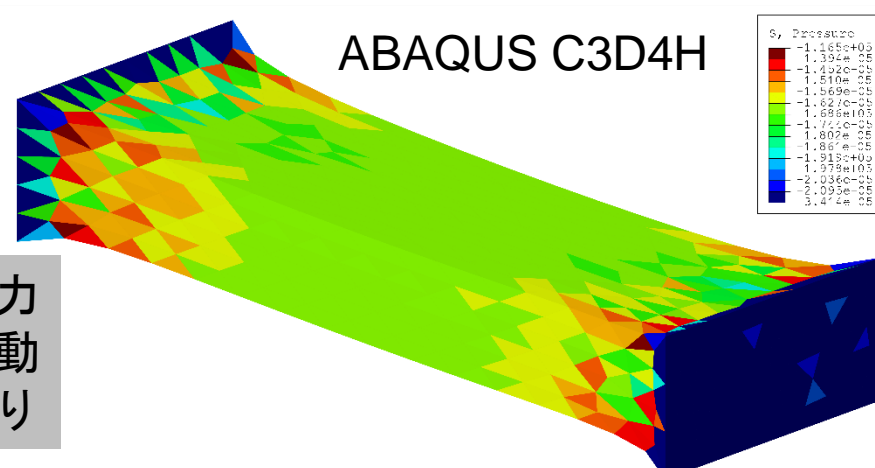
引張終了以降
応力緩和が進
んでいる。

粘弾性ブロックの引張懸垂解析

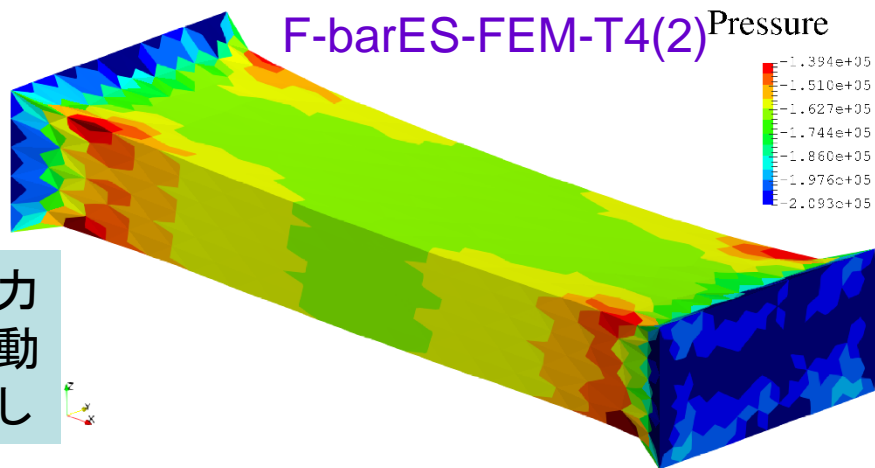
引張終了時の圧力分布 (コンターレンジは共通)



圧力
振動
あり

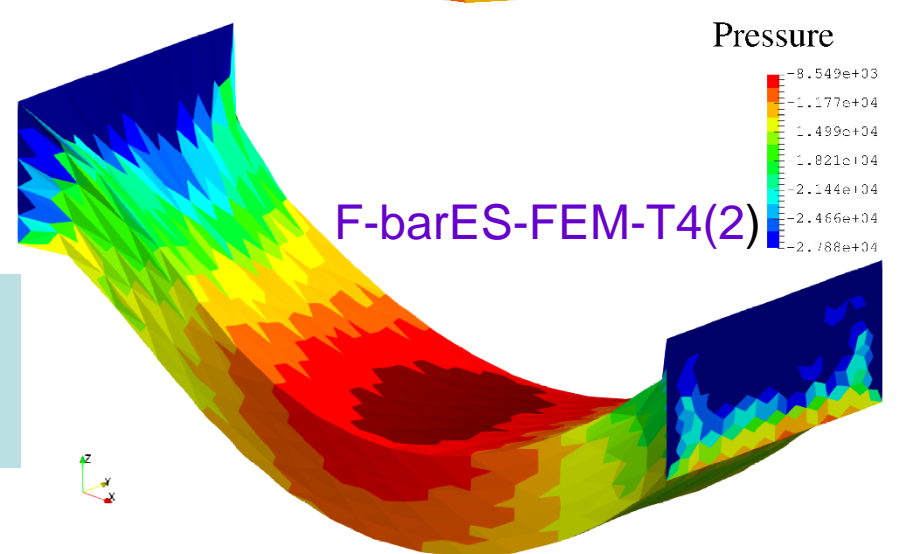
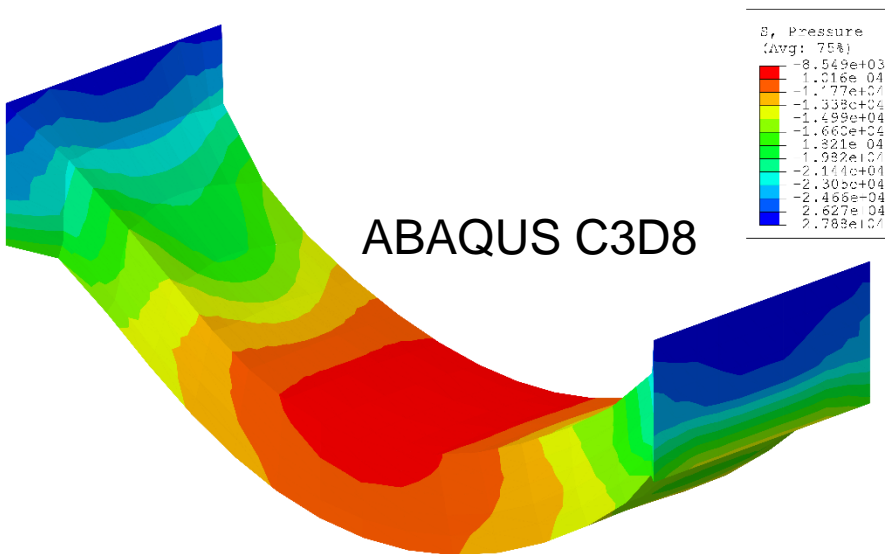
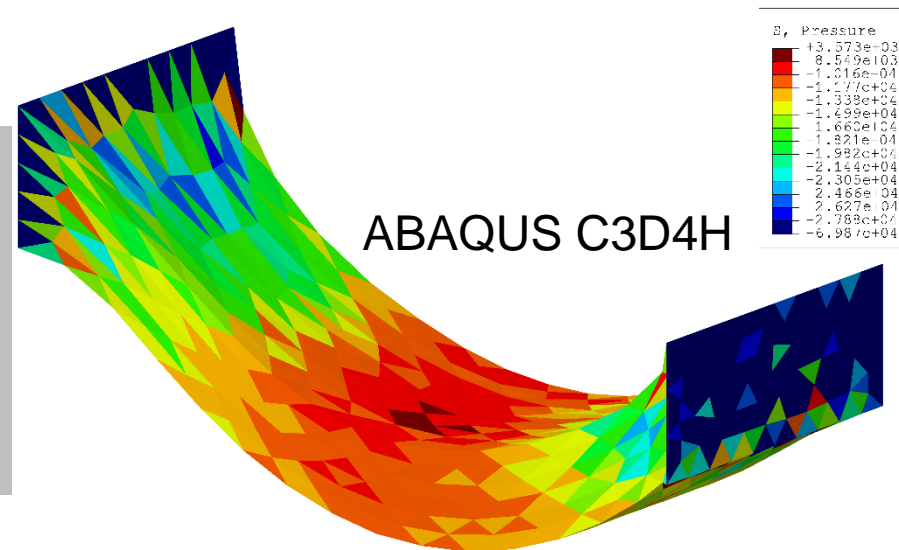
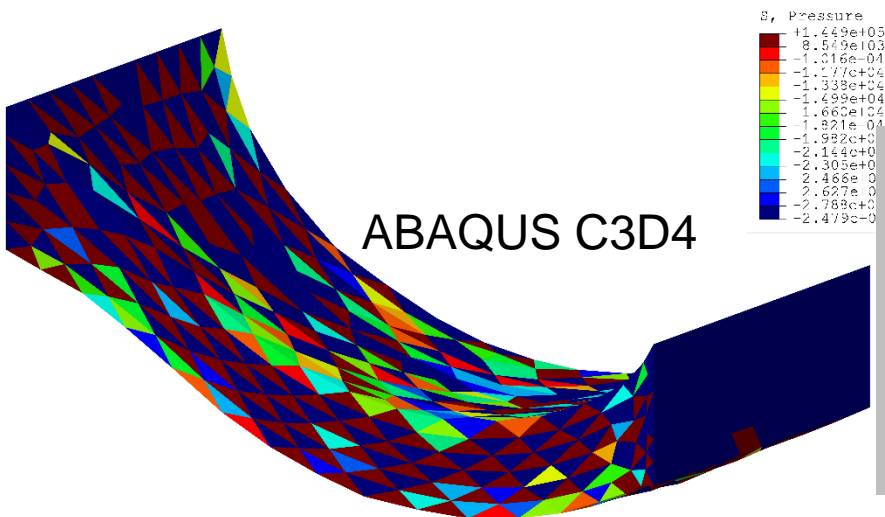


圧力
振動
なし



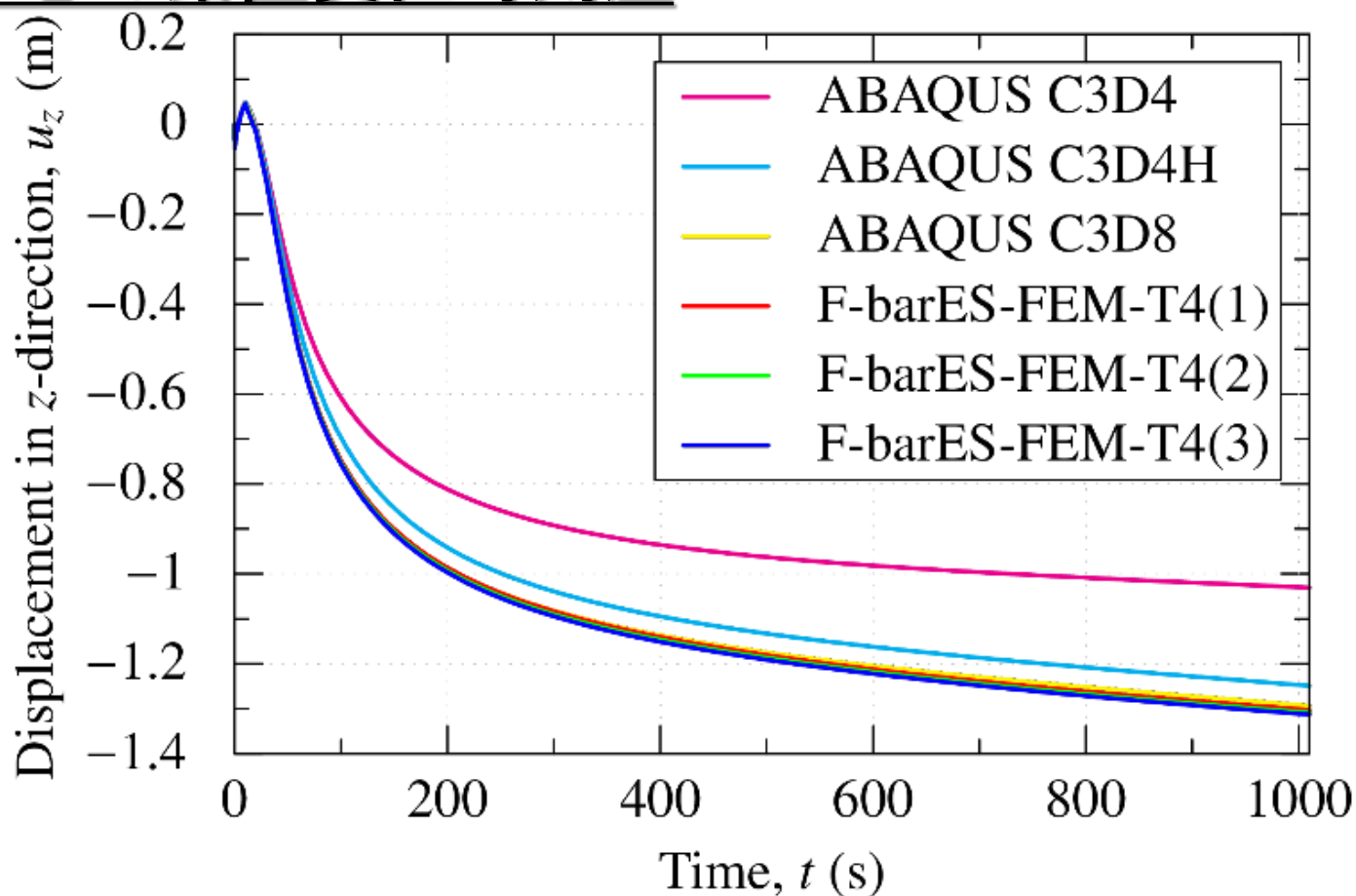
粘弾性ブロックの引張懸垂解析

最終状態の圧力分布 (コンターレンジは共通)



粘弾性ブロックの引張懸垂解析

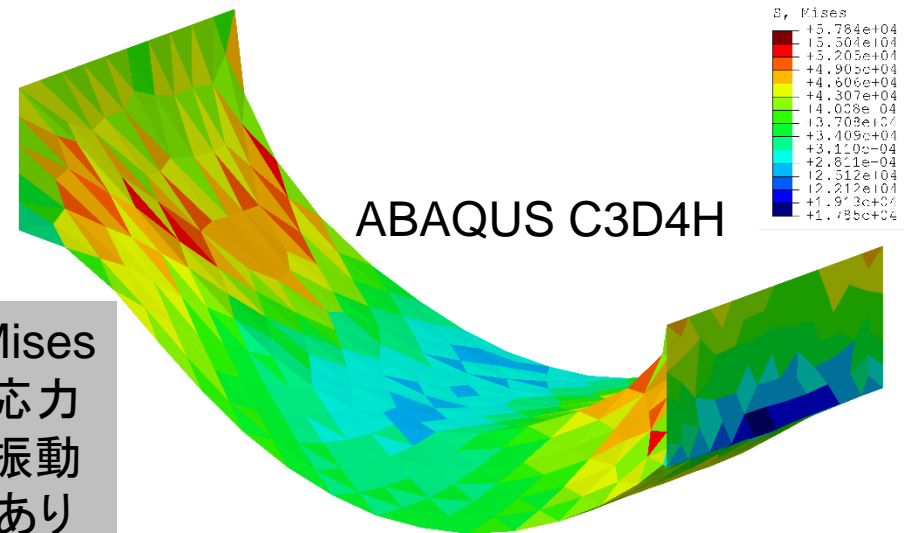
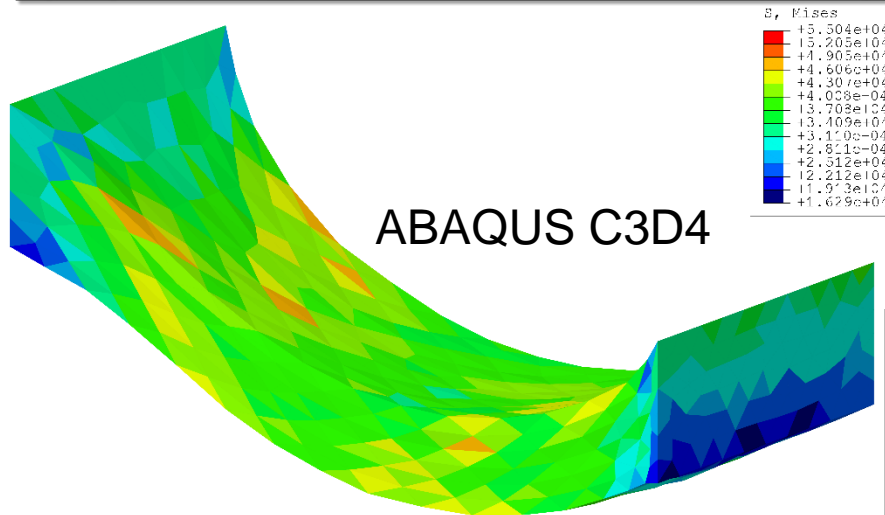
底面中心の鉛直変位時刻歴



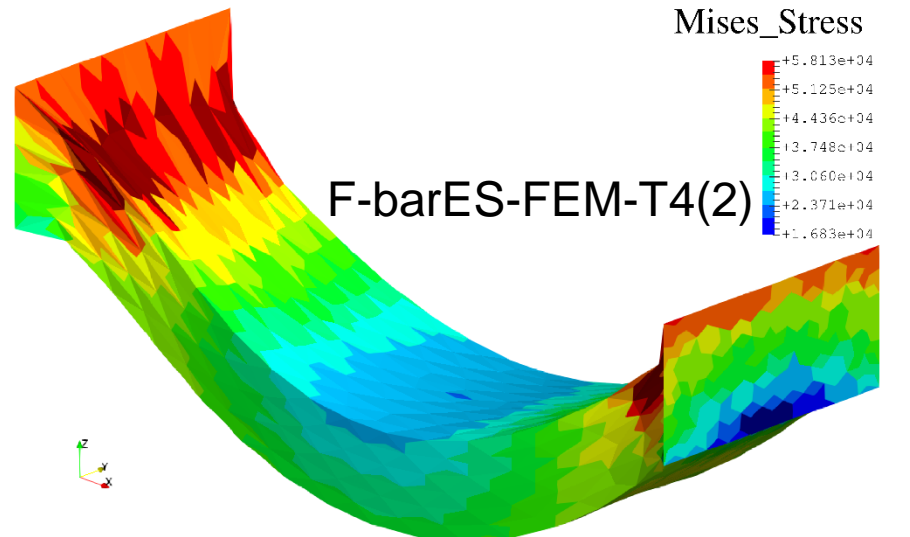
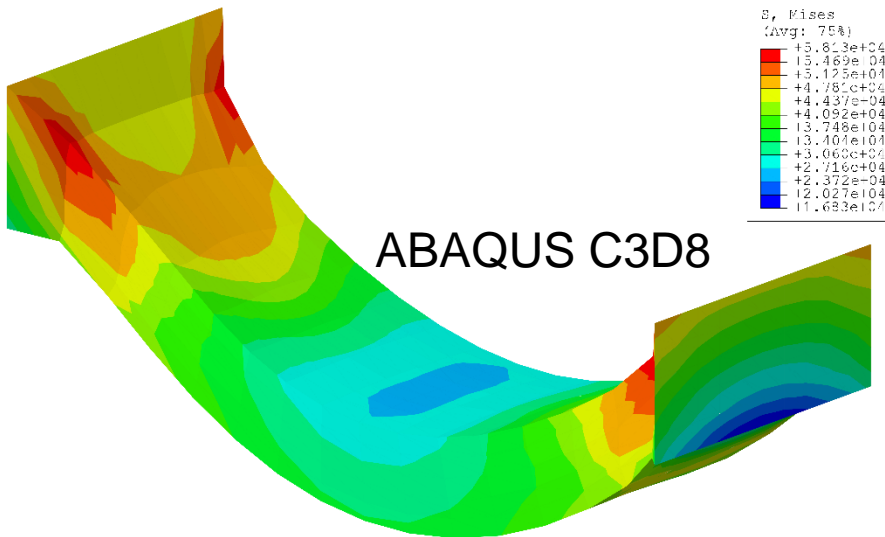
ABAQUS四面体ではいずれも硬い解しか得られないが、F-barES-FEM-T4では六面体と同等精度で解が得られている。

粘弾性ブロックの引張懸垂解析

最終状態のMises応力分布 (コンターレンジは共通)



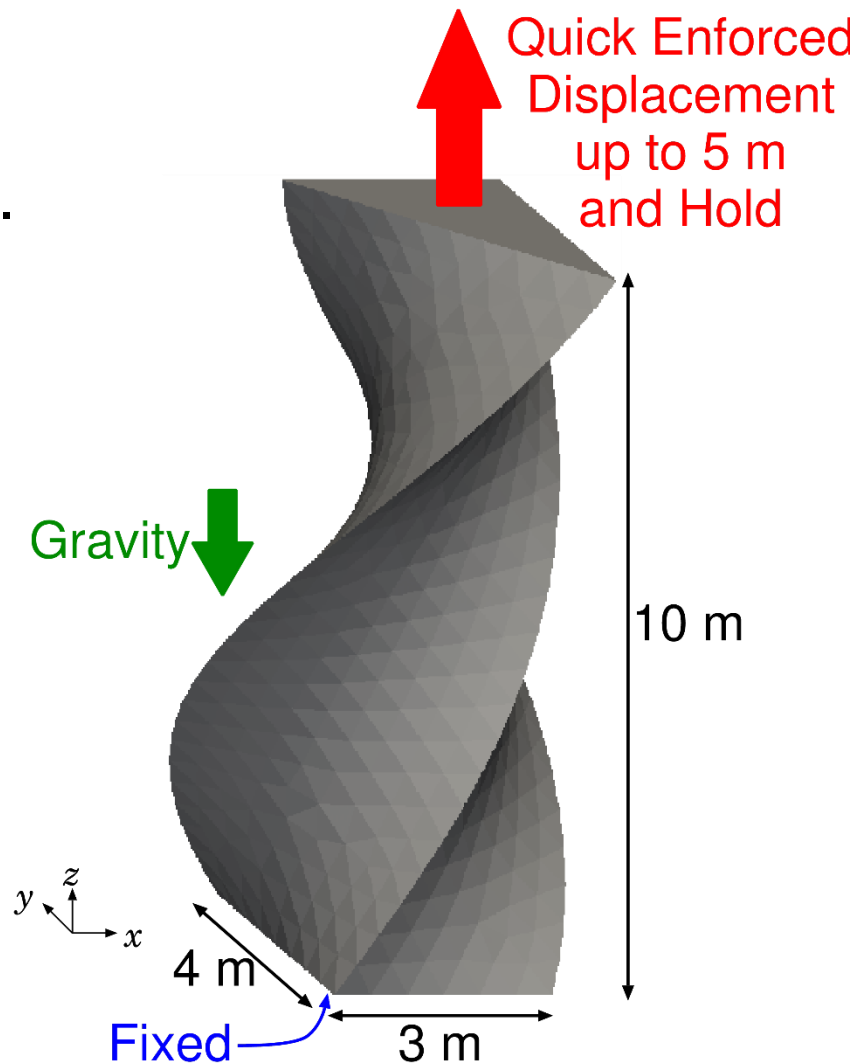
Mises
応力
振動
あり



粘弾性ねじれ三角柱の引張下垂解析

概要

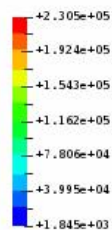
- 3:4:5 mの直角三角形を断面に持ち180度ねじれた三角柱.
- 10秒で50%引き伸ばした後,重力で下垂させる.
- 粘弾性物性は前例題と同じ.
($\nu_0 = 0.3, \nu_\infty = 0.49.$)
- F-barES-FEM-T4(2)を用いて解析.
- ABAQUSの4節点四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.



粘弾性ねじれ三角柱の引張下垂解析

Mises 応力分布 (F-barES- FEM-T4(2))

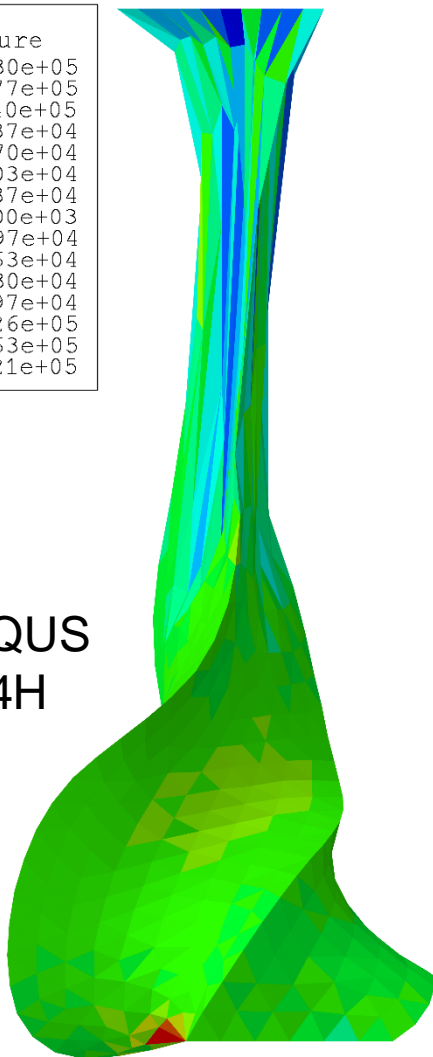
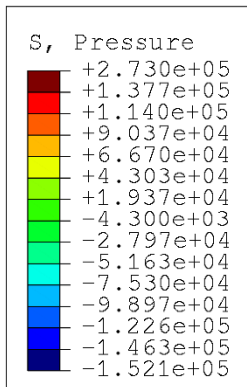
Mises_Stress



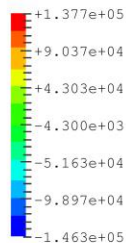
引張終了以降も
上部では伸びが
続いているが、
下部では応力緩
和が進んでいる。

粘弾性ねじれ三角柱の引張下垂解析

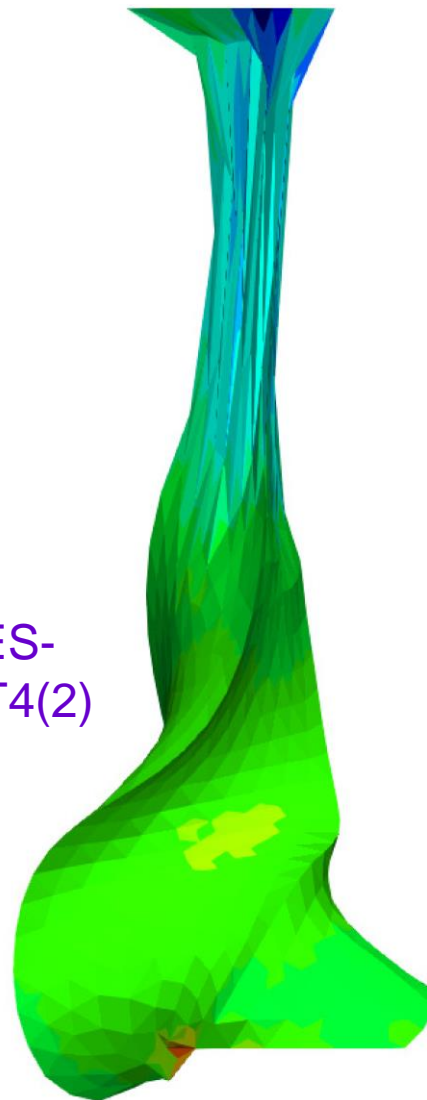
最終状態の圧力分布 (コンターレンジは共通)



Pressure

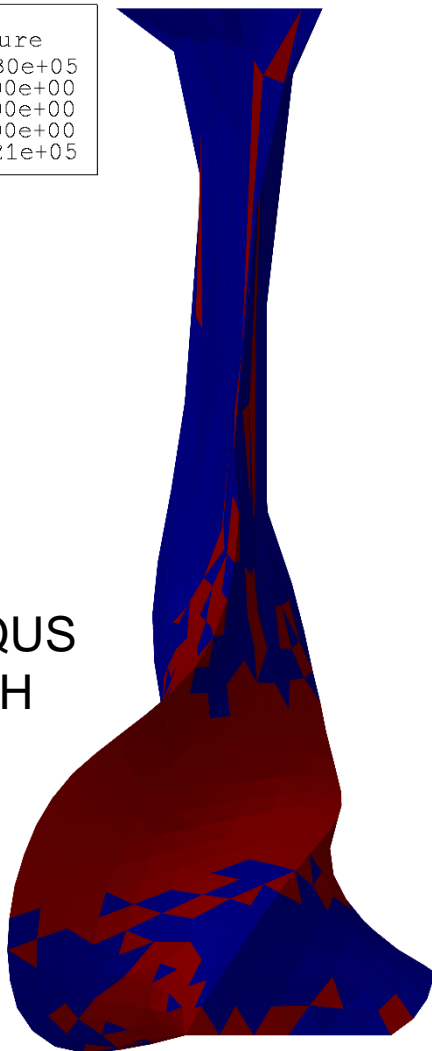
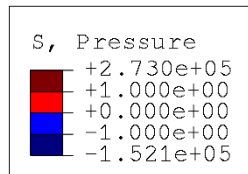


F-barES-
FEM-T4(2)

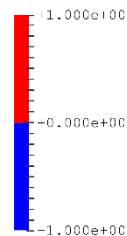


前問同様、
C3D4Hは
硬い解を
与えている
様に見える。

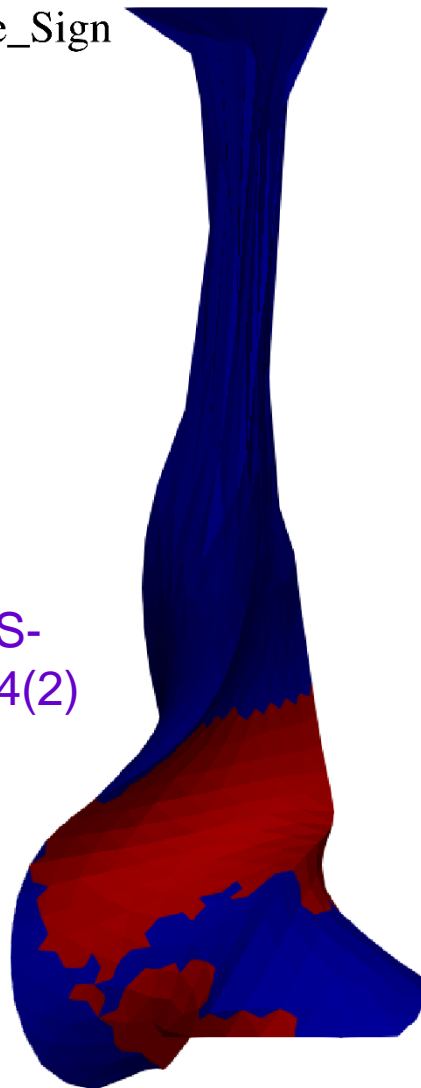
最終状態の圧力符号分布



Pressure_Sign



F-barES-
FEM-T4(2)



まとめ

まとめ

- 最新の平滑化有限要素法(S-FEM)定式化である **F-barES-FEM-T4**を用いれば, **超弾性体**や**弾塑性体**だけでなく**粘弾性体**でも
 - 4節点四面体要素(中間節点なし)
 - せん断／体積／コーナーロッキングフリー
 - 圧力振動フリー
 - 大変形でも安定が満足されることを示した.
- (お話出来ませんでしたでしたが,)懸案であった動解析におけるエネルギー発散の問題もおよそ解決に至っている。(夏以降の学会で発表予定.)

ご清聴ありがとうございました.

付録



S-FEM定式化の特徴

未知数が節点変位のみ 純粋な変位形FEMである！

【利点】

- 圧力や体積ひずみ等の追加変数を必要としない。
- Lagrange未定乗数法が不要となり、静的縮約でマトリックスの形が崩れる恐れがない上、動的陽解法でも微圧縮性材料が扱える。
- 混合型変分原理を用いないので実装が極めて容易。

【欠点】

- 標準的なFEMよりバンド幅は広がってしまう。
- 要素間で平滑化を行う都合上、既存FEMソフト上のユーザー定義要素として実装できない。

