

F-barES-FEM四面体要素による 圧力振動フリー弾塑性大変形解析

大西 有希, 飯田 稜也, 天谷 賢治
東京工業大学



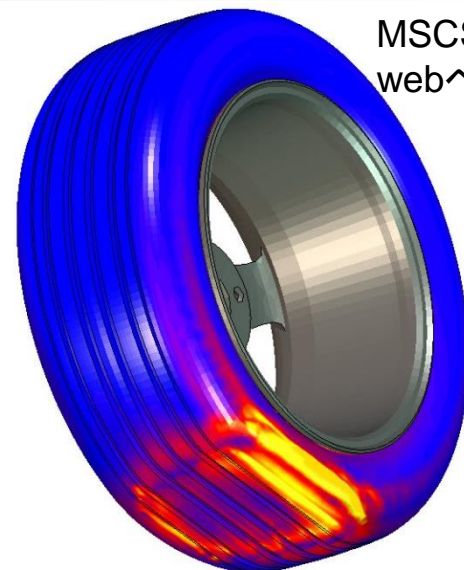
研究背景

【実現したい内容】

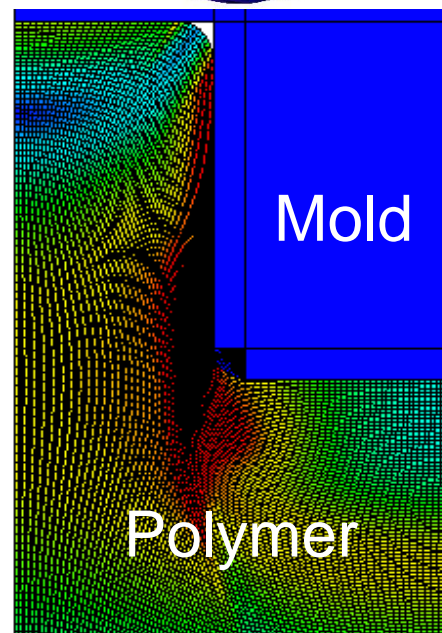
- 「超」大変形問題を高精度かつ安定に解きたい。
- 複雑形状の問題を四面体で解きたい。
- 微圧縮性材料も解きたい。
- 自動リメッシングも実現したい。
- 接触も扱いたい。

【最終目標】

- ゴム材料の大変形解析(超弾性)
- 樹脂材料の大変形解析(粘弾性)
- 金属材料の大変形解析(弾塑性)



MSCSoftware
webページより



既存手法の問題点

四面体を用いる既存のFEMは微圧縮性材料の解析において**精度と安定性などに問題**がある。

■ 高次要素:

X 体積ロッキングが不可避。

中間節点の存在による接触や大変形の精度低下と不安定。

■ 拡張ひずみ仮定法(EAS):

X 擬似ゼロエネルギーモードにより不安定。

■ B-bar法, F-bar法, Selective法:

X 四面体要素にはそのまま適用できない。

■ F-barパッチ法:

X 良いパッチを作ることが難しい。

■ u/p混合(ハイブリッド)法:

X 今のところ完全に満足できる定式化が提案されていない。

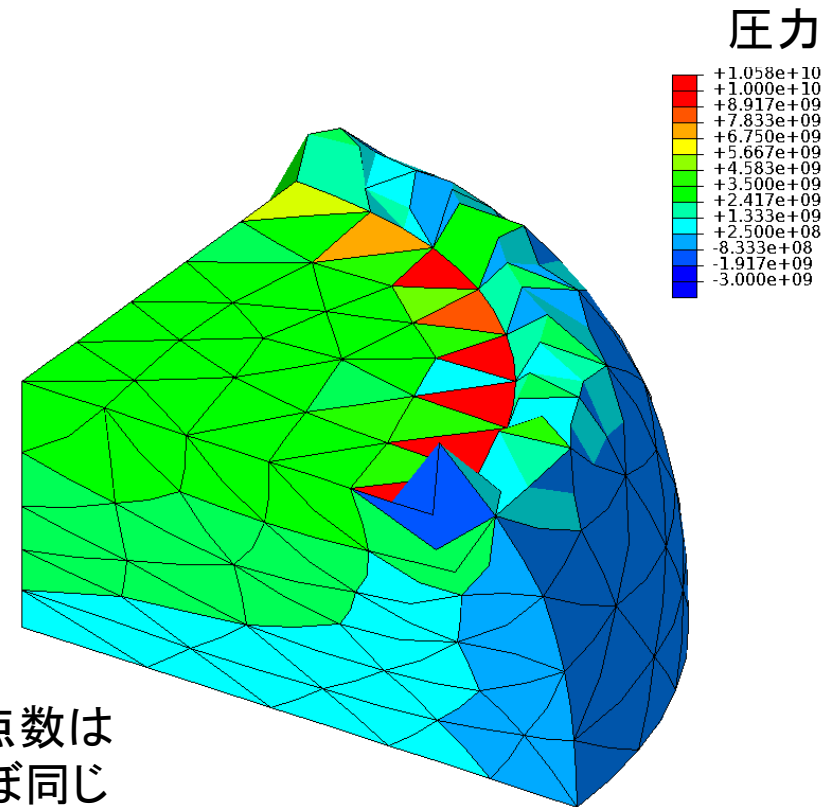
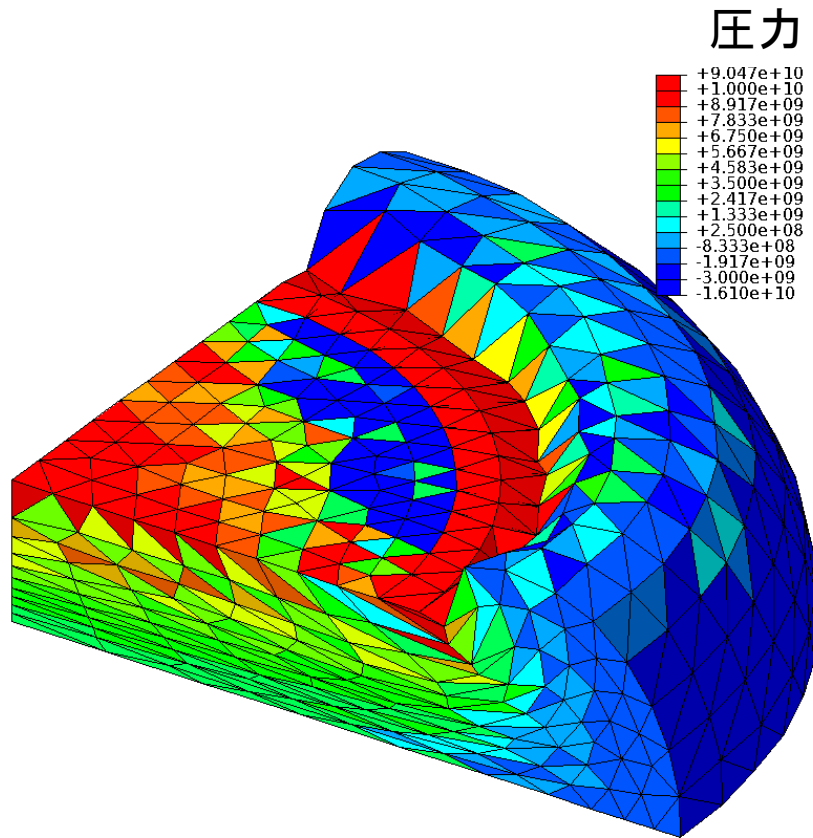
ただし, ある程度許容出来るものは提案されている。

(例: ABAQUS/Standardの「**C3D4H**」や「**C3D10MH**」など)



既存手法の問題点(つづき)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は
ほぼ同じ

四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動あり.
- ✗ コーナーロッキングあり.

四面体2次修正ハイブリッド要素(C3D10MH)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✗ 内挿の精度低下あり.
- ✗ 早期の収束困難あり.

解決策

平滑化有限要素法 (Smoothed Finite Element Method: S-FEM) という新しい有限要素定式化のアイデアが近年提案され、研究が進んでいる。

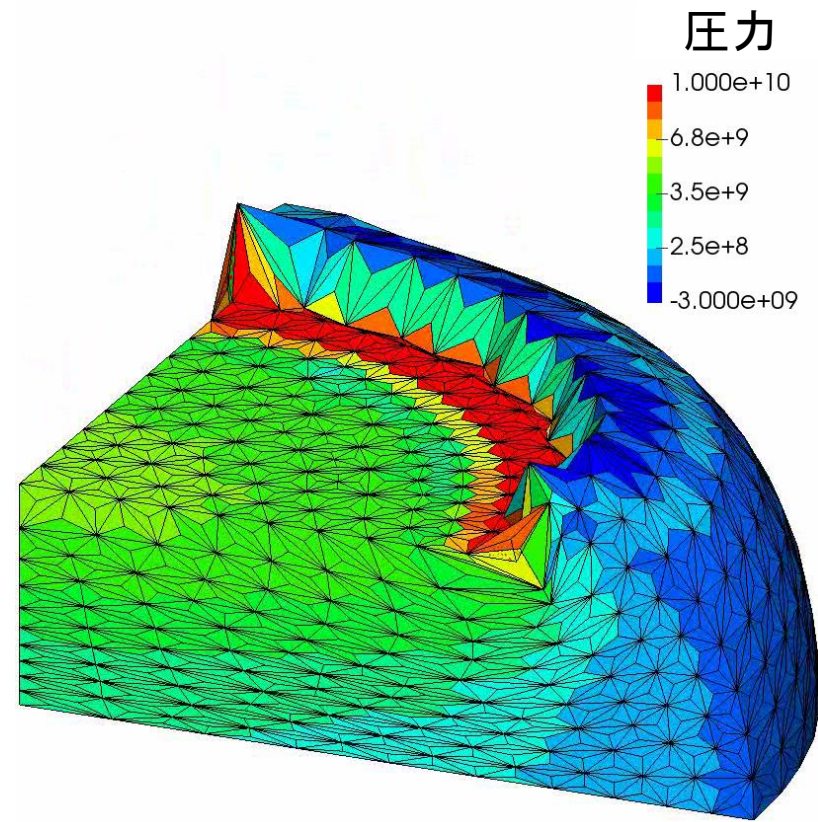
特に、最新のS-FEM定式化であるF-barES-FEM-T4は

- 4節点四面体要素 (中間節点なし)
- せん断 / 体積 / コーナーロッキングフリー
- 圧力振動フリー
- 大変形でも安定

の全てを満足することが超弾性体の静解析で確認された。

解決策(つづき)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は
先程と同じ.

F-barES-FEM-T4 (最新の平滑化有限要素法)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動は充分小さい.
- ✓ コーナーロッキングも充分小さい.

ただし,
弾塑性体や
粘弾性体では
未確認

研究目的

最新の平滑化有限要素法(S-FEM)定式化である
F-barES-FEM-T4を用いれば、弾塑性の静解析
でも

- 4節点四面体要素(中間節点なし)
- せん断／体積／コーナーロッキングフリー
- 圧力振動フリー
- 大変形でも安定

の全てを満足するか否かを検証する。

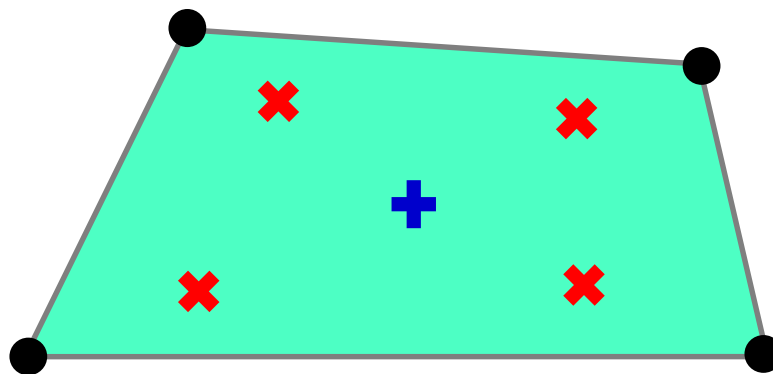
発表目次:

- F-barES-FEM-T4の定式化
- 弾塑性検証解析
- まとめ

F-barES-FEM-T4の定式化

F-bar法のおさらい

四角形(Q4)要素
および
六面体(H8)要素
のための手法



体積変形対する
一種の
ローパスフィルター

アルゴリズム

- 標準的FEMと同様, **各積分点**で変形勾配 F を計算する.
- **要素中心**でも変形勾配 F を計算し, その体積変化率 $\det(F)$ を \bar{J} とおく.
- **各積分点**の変形勾配を次式により修正し, **合成された \bar{F}** を得る.

$$\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{\text{iso}}.$$

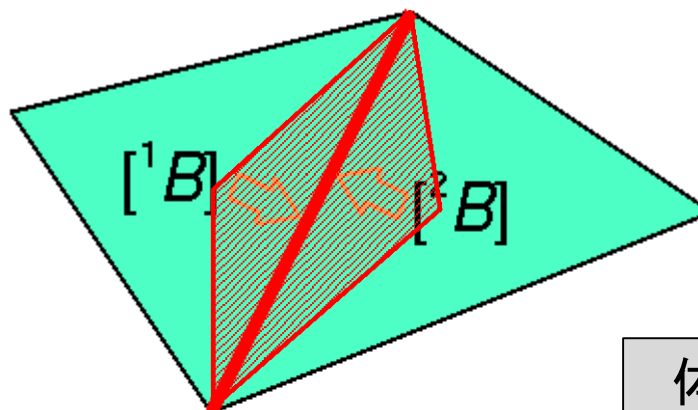
- \bar{F} を**各積分点**変形勾配とみなし, 応力・内力・剛性等計算する.

Q4およびH8要素でせん断ロッキングは回避できないが
体積ロッキングを回避できる.

Edge-based S-FEM(ES-FEM)のおさらい

- 要素の $[B]$ を通常のFEMと同様に計算する.
- 要素の $[B]$ を周囲の**辺**に要素体積を重みとして配り,
辺で平均化して $[^{\text{Edge}}B]$ を作る.
- **辺**の平滑化領域の量として歪み, 応力, 節点内力を計算する.

要は, 積分点を
辺に置くイメージ.



$[^{\text{Edge}}B]$

Edge T

$\{f^{\text{int}}\}$

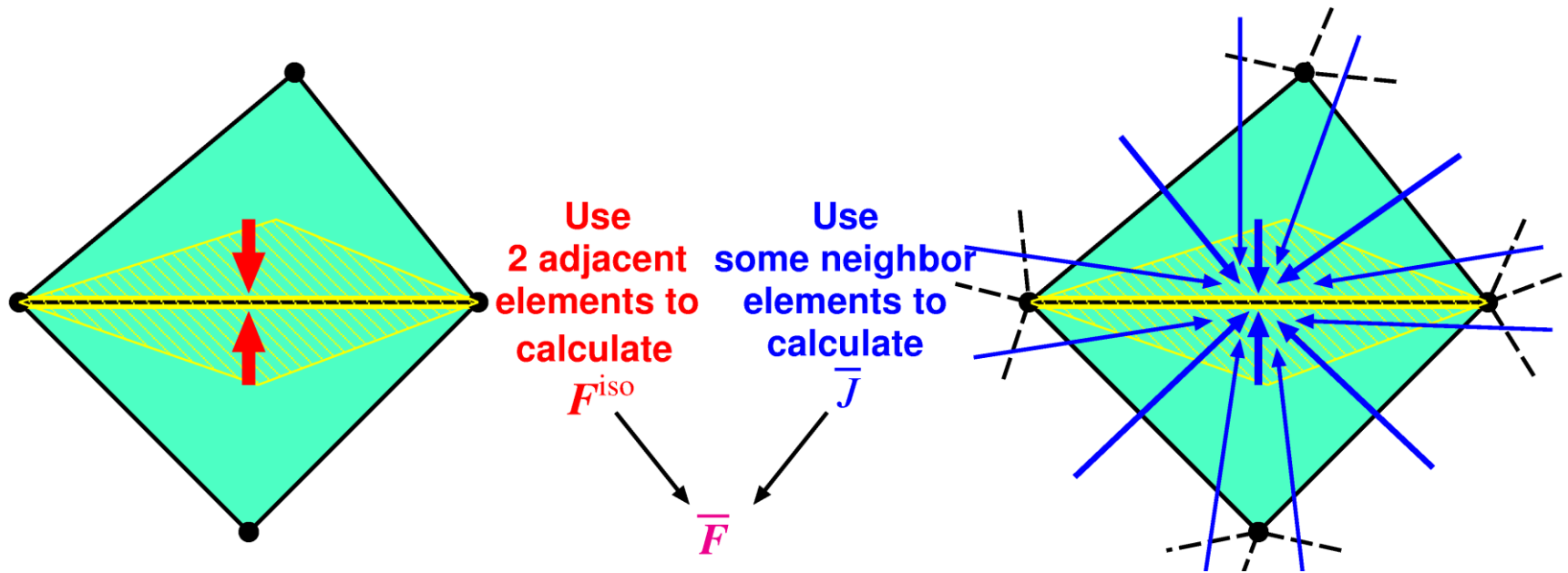
ES-FEM

体積ロッキングや
圧力振動を抑える
ことは出来ないが,
**四面体要素で
せん断ロッキングを
回避できる.**



提案するF-barES-FEMの概要

- エッジの F^{iso} をES-FEMを用いて計算する.
- エッジの \bar{J} にはNS-FEMを繰り返し適用して空間的にローパスフィルタされた J の値を用いる(詳細は後述).
- F-bar法を用いてエッジの \bar{F} を合成する. 以降の計算はES-FEMと同様.



せん断／体積／コーナーロッキング
および圧力振動が発生しない。

[発展形の最新型] F-barES-FEMの概要

F 計算法の概略

1. 要素の J を標準的FEMと同様に計算.
2. 要素の J を節点で平滑化し, 節点の \tilde{J} とする.
3. 節点の \tilde{J} を要素で平滑化し, 要素の $\tilde{\tilde{J}}$ とする.
4. 上記 2.と3.を必要回数(c 回)繰り返す.
5. 要素の $\tilde{\tilde{J}}$ をエッジで平滑化し, エッジの \bar{J} とする.
6. F-bar法に倣い, ES-FEMで得られる F^{iso} と \bar{J} を $\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{iso}$ で合成する.

ローパス
フィルター

J の
繰り返し
平滑化

繰り返し平滑化回数を c 回とした時の手法を
「F-barES-FEM(c)」と表記する.

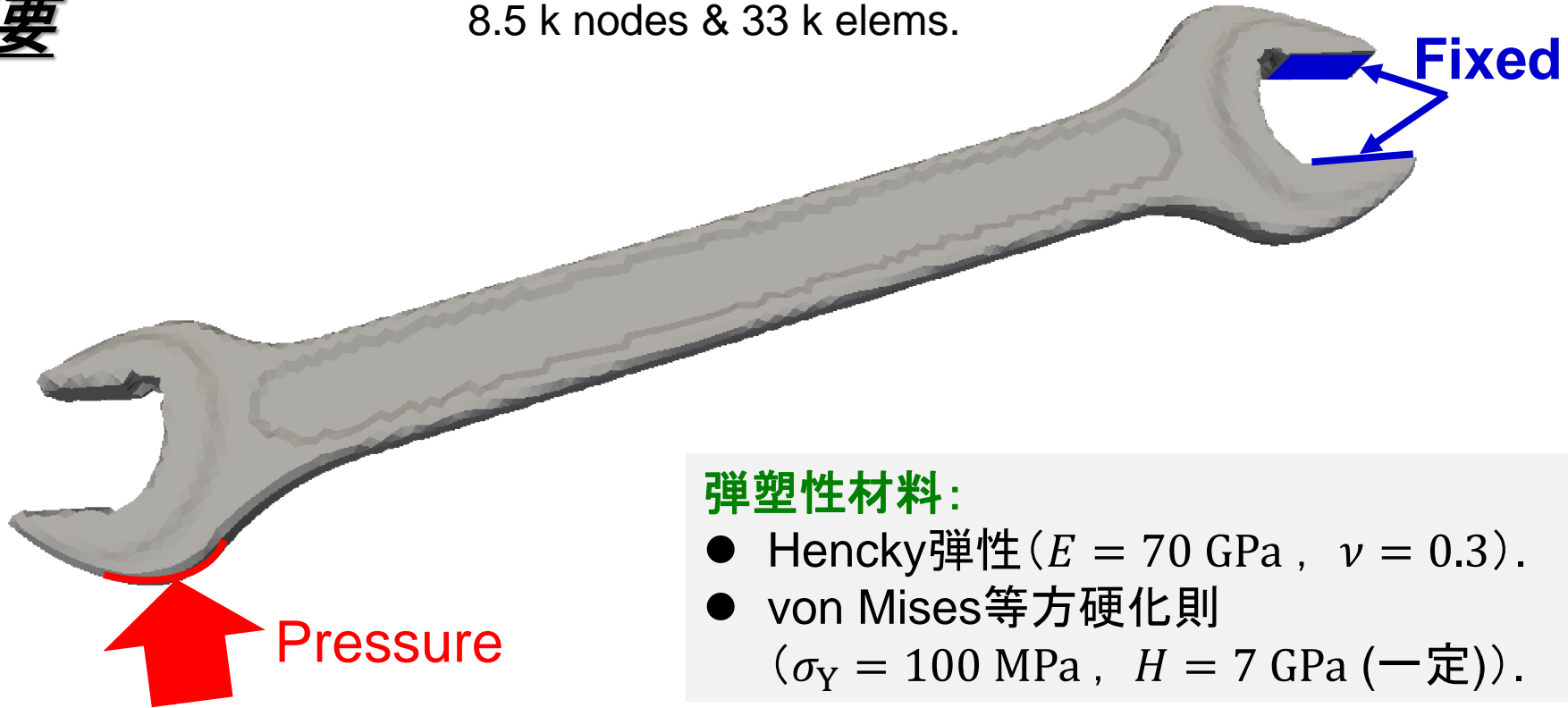


弾塑性検証解析

弾塑性スパナの曲げ

概要

8.5 k nodes & 33 k elems.



弾塑性材料:

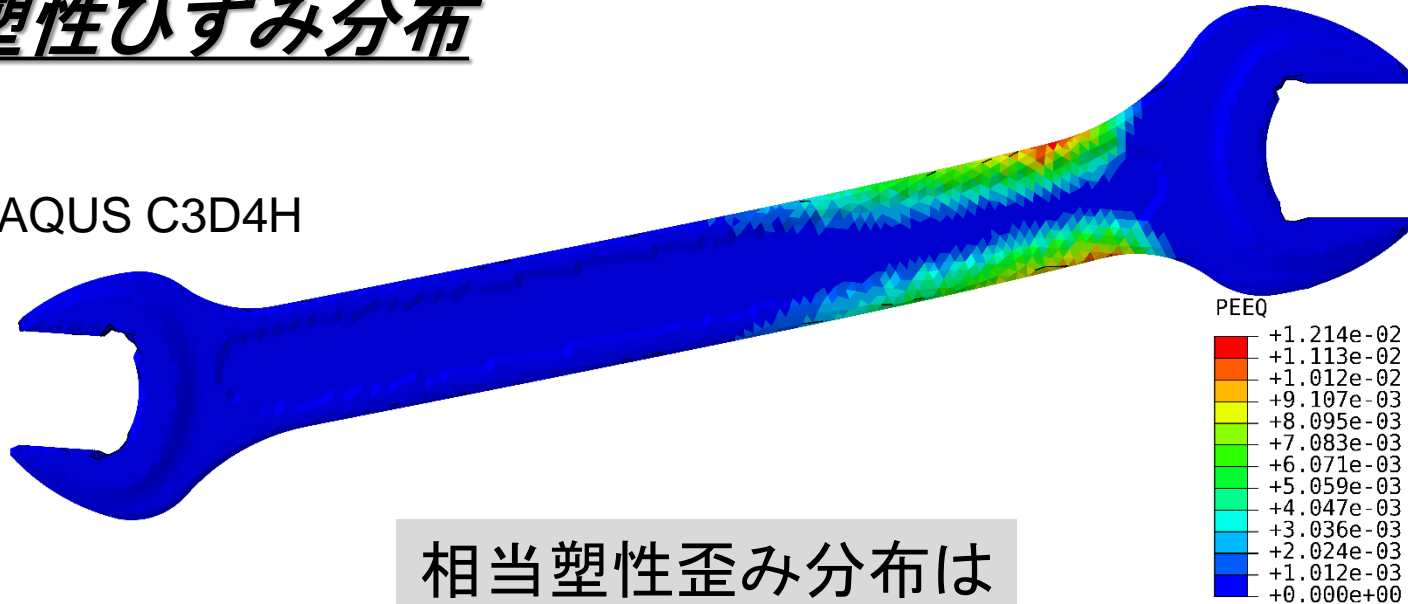
- Hencky弾性 ($E = 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$).
- von Mises等方硬化則 ($\sigma_Y = 100 \text{ MPa}$, $H = 7 \text{ GPa}$ (一定)).

- 右上の2面を完全拘束.
- 左下の面の一部に圧力荷重.
- 同一の非構造T4メッシュでABAQUS C3D4Hと比較.

弾塑性スパナの曲げ

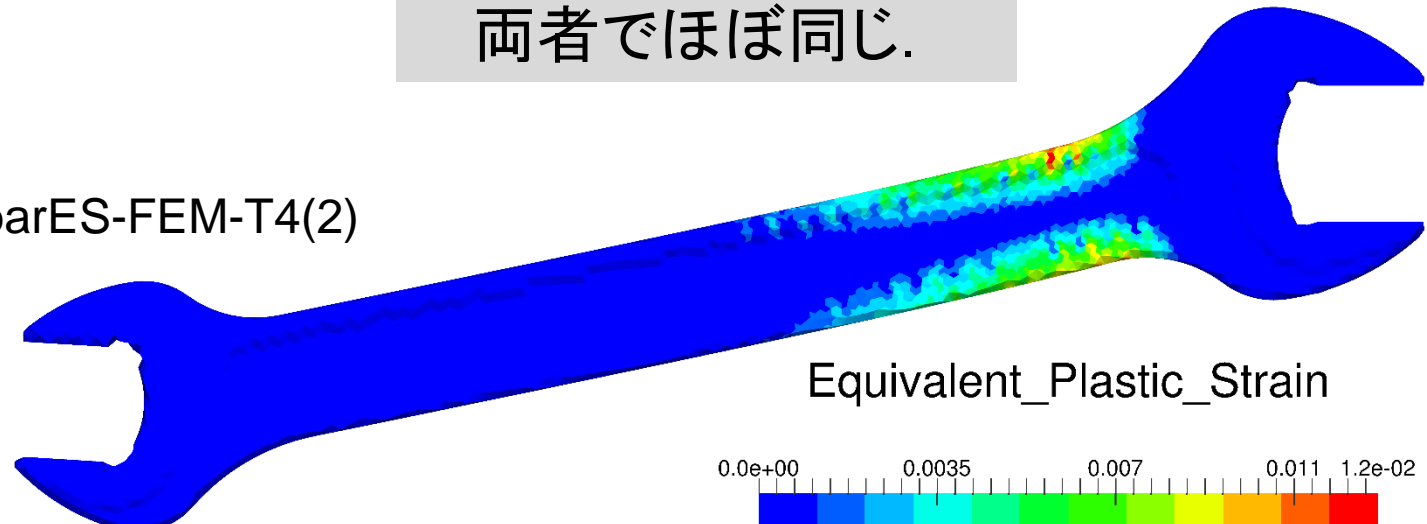
相当塑性ひずみ分布

ABAQUS C3D4H



相当塑性歪み分布は
両者でほぼ同じ。

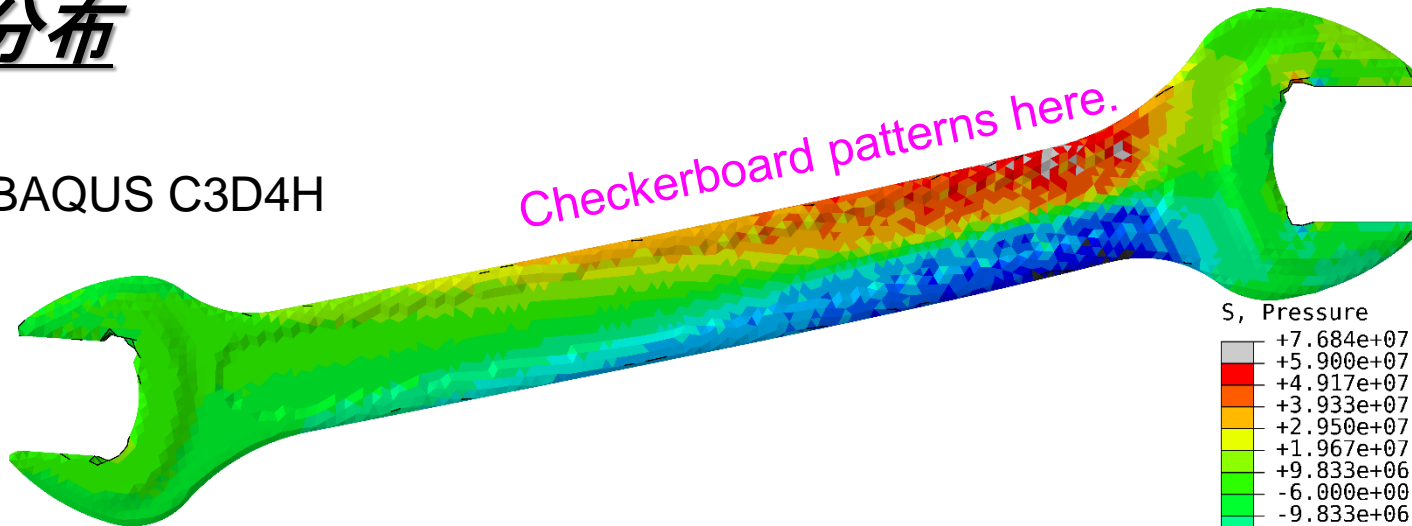
F-barES-FEM-T4(2)



弾塑性スパナの曲げ

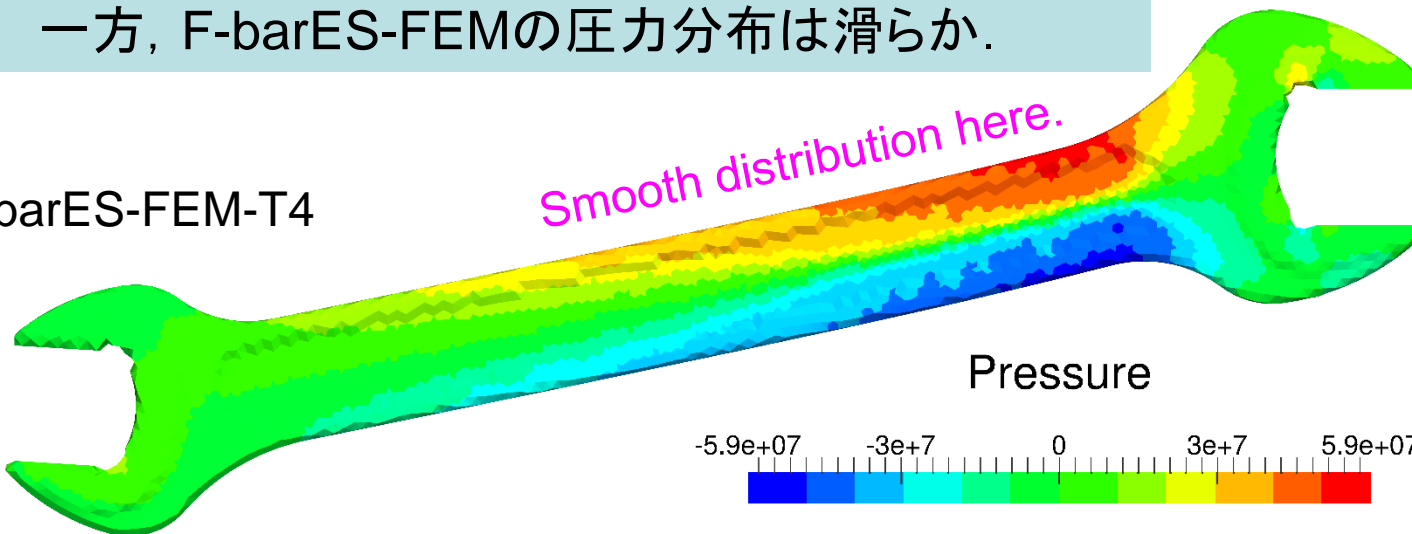
圧力分布

ABAQUS C3D4H



C3D4Hでは微小変形域でも圧力振動がある。
一方、F-barES-FEMの圧力分布は滑らか。

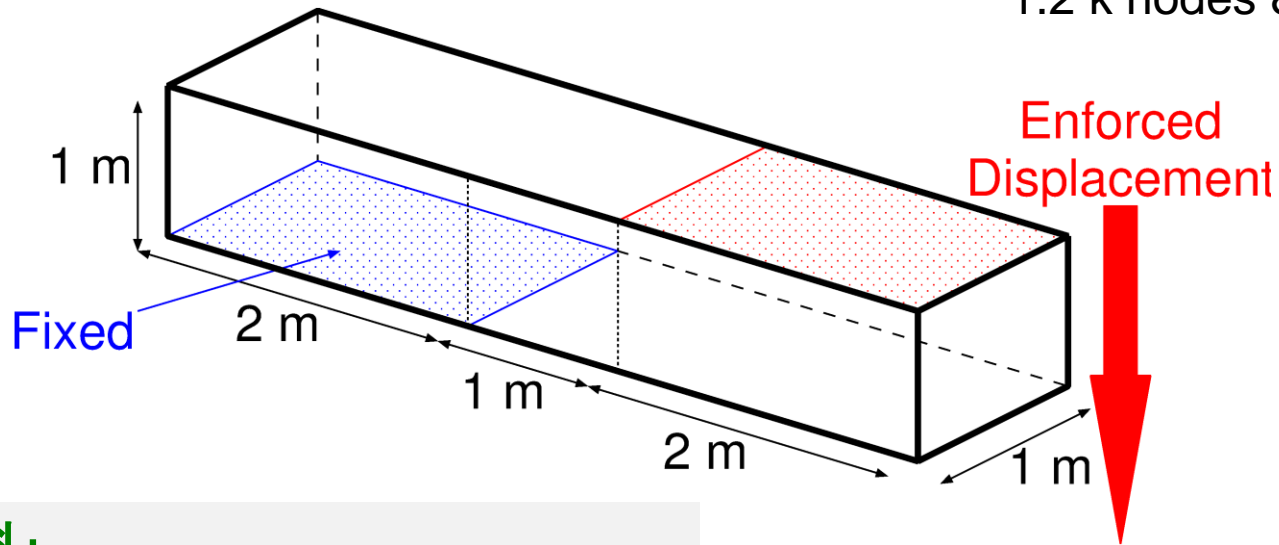
F-barES-FEM-T4



弾塑性角棒のせん断引張り

概要

1.2 k nodes & 4.8 k elems.



弾塑性材料:

- Hencky弾性 ($E = 1 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$).
- von Mises等方硬化則 ($\sigma_Y = 1 \text{ MPa}$, $H = 0.1 \text{ GPa}$ (一定)).

- 左下面を完全拘束.
- 右上面を面内拘束のうえ、下向きに強制変位
- 同一の非構造T4メッシュでABAQUS C3D4Hと比較.

弾塑性角棒のせん断引張り

F-bar

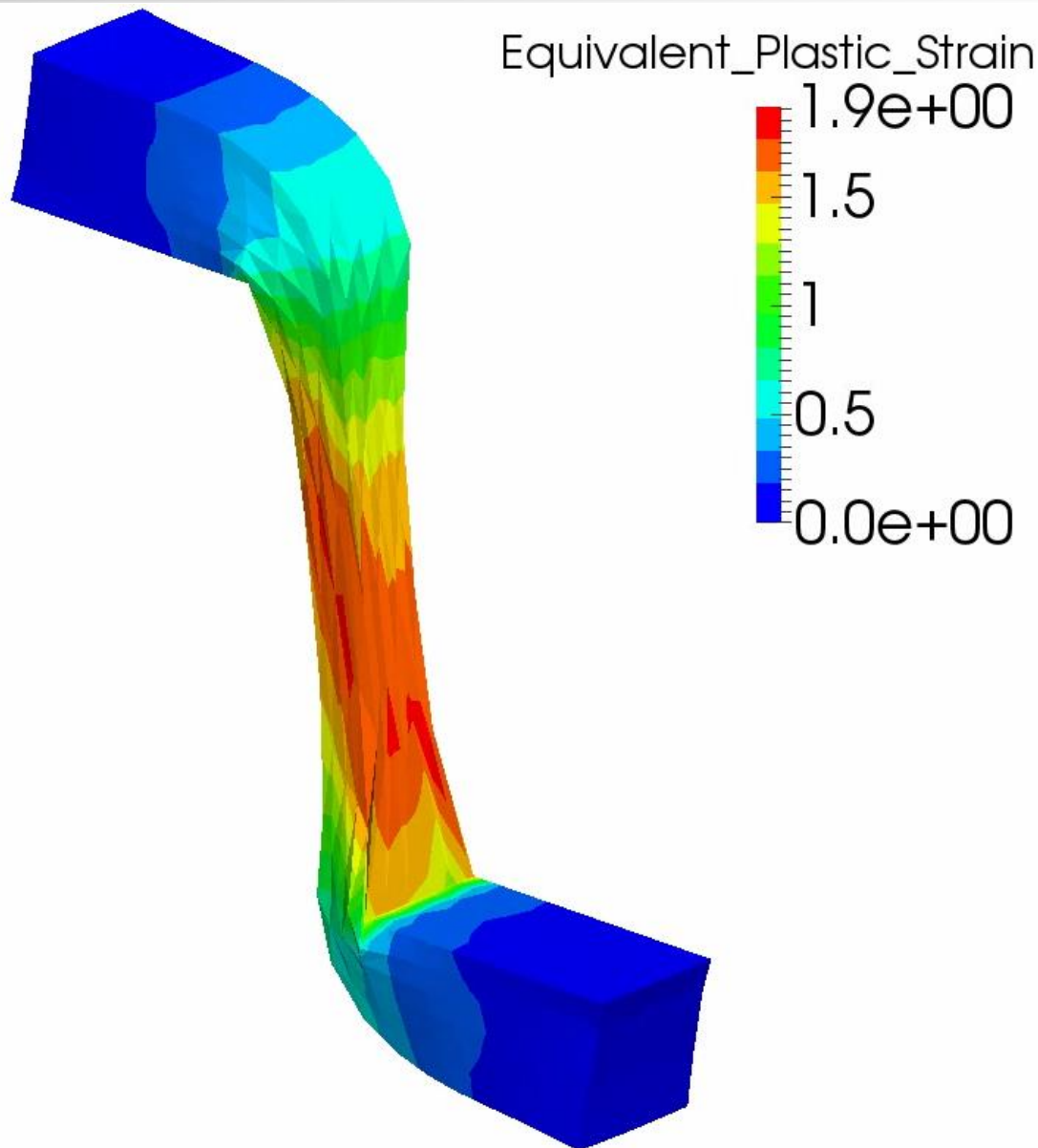
ES-FEM

-T4(2)

解析結果

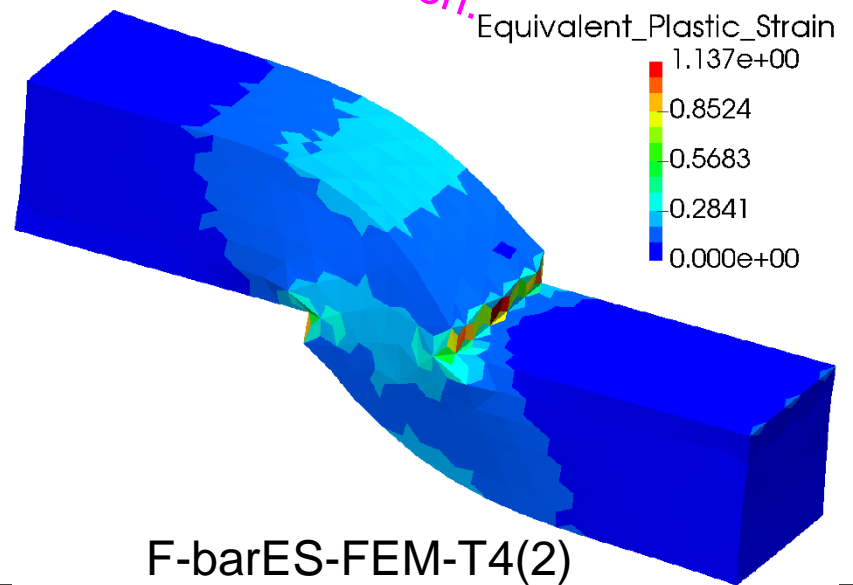
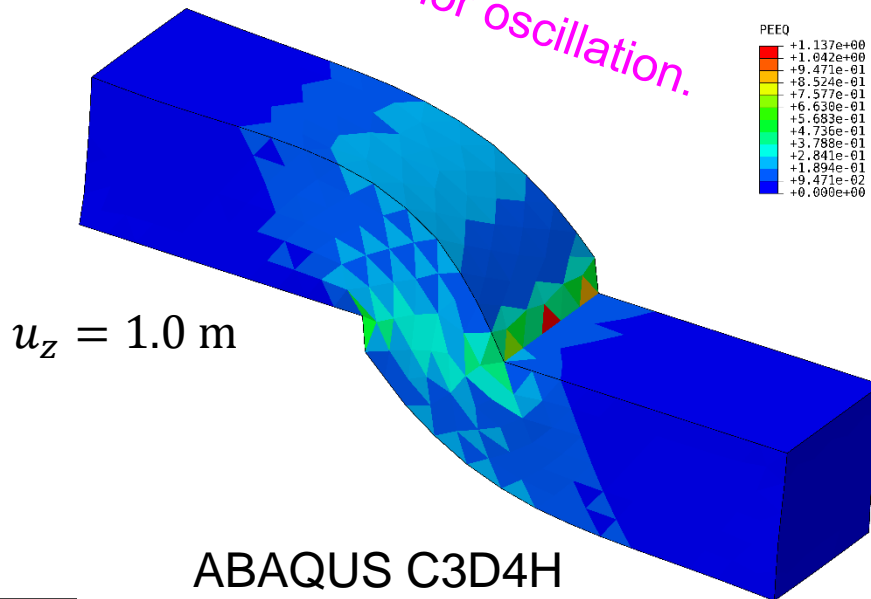
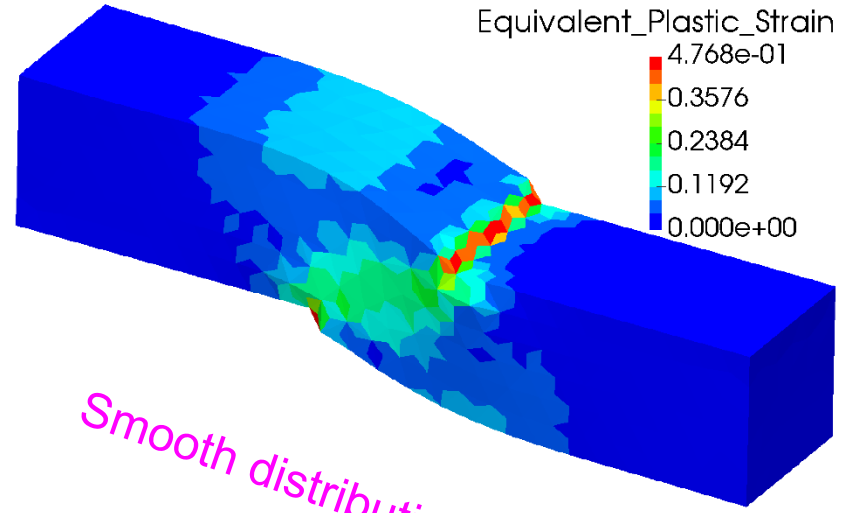
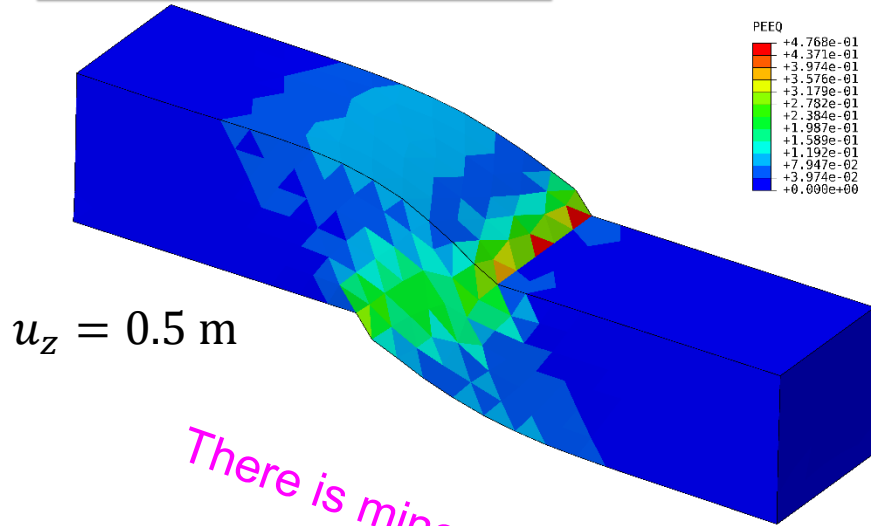
相当塑性

歪み分布



弾塑性角棒のせん断引張り

相当塑性歪み分布

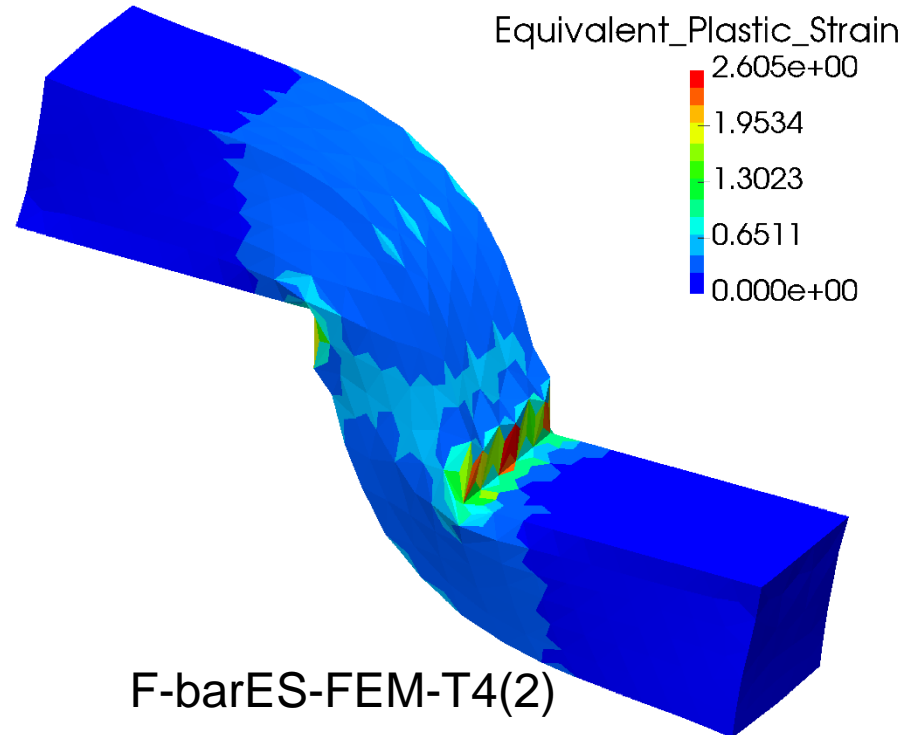
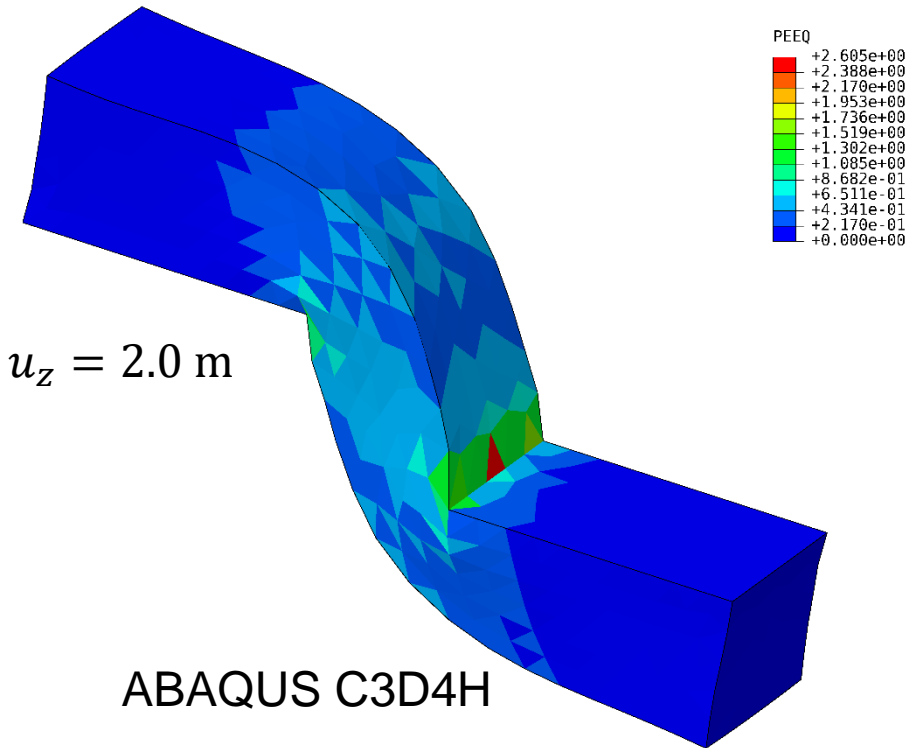


ABAQUS C3D4H

F-barES-FEM-T4(2)

弾塑性角棒のせん断引張り

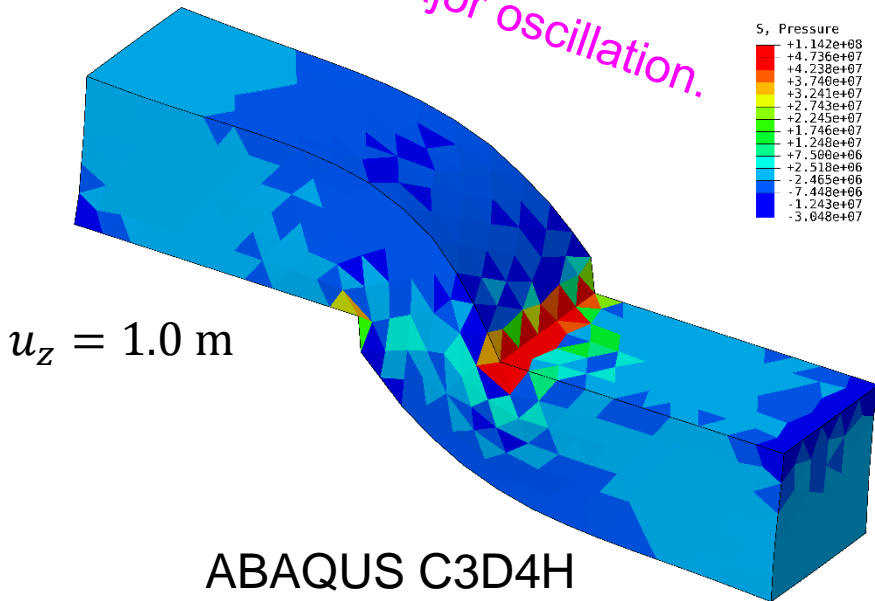
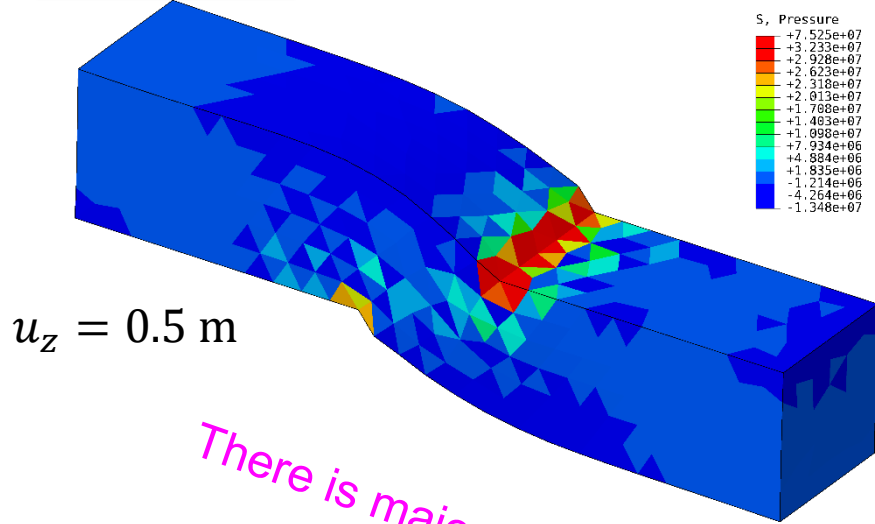
相当塑性歪み分布



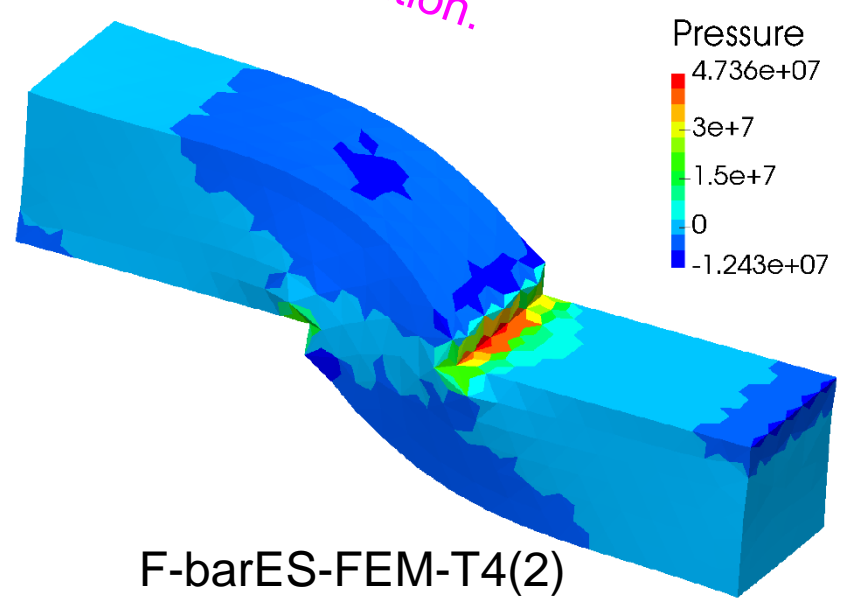
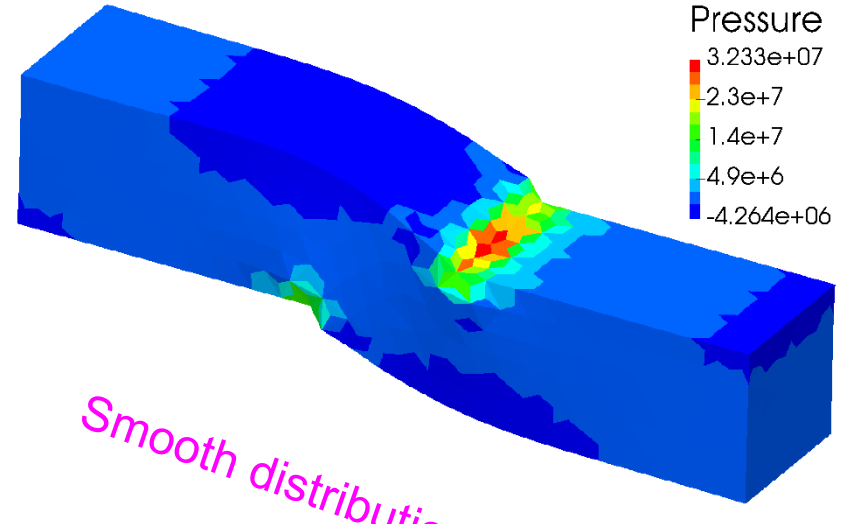
ABAQUS C3D4Hの相当塑性歪み分布には奇妙な振動がある一方、F-barES-FEMは妥当な分布を示している。

弾塑性角棒のせん断引張り

圧力分布



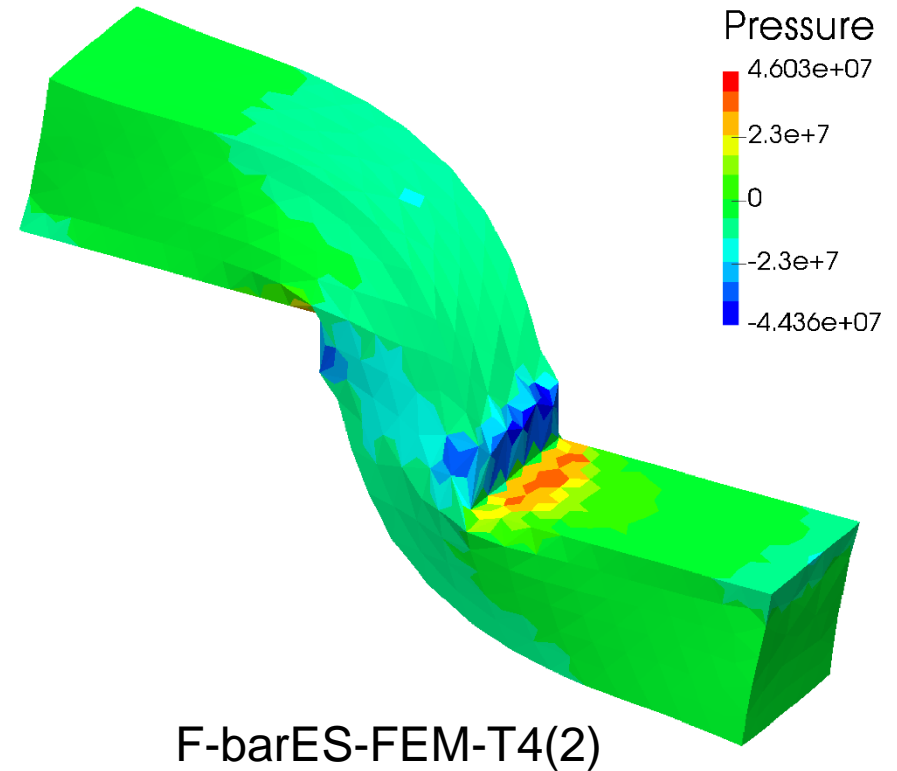
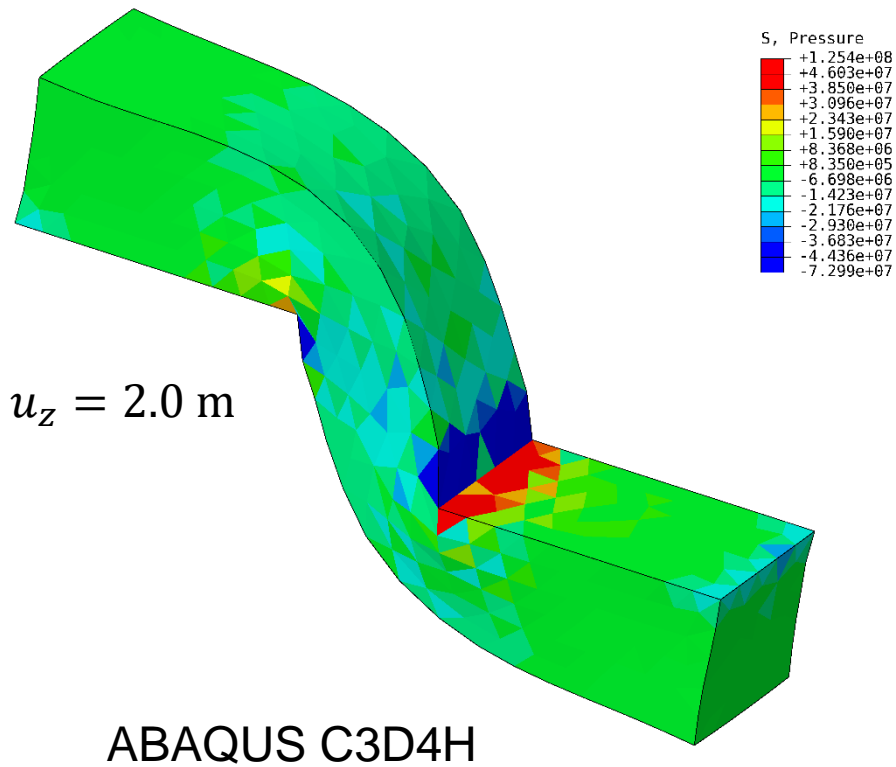
ABAQUS C3D4H



F-barES-FEM-T4(2)

弾塑性角棒のせん断引張り

圧力分布



ABAQUS C3D4Hには顕著な圧力振動が見られる一方、F-barES-FEMでは圧力振動が相当程度抑えられている。

ゴム／アルミ合わせ板のねじり

概要

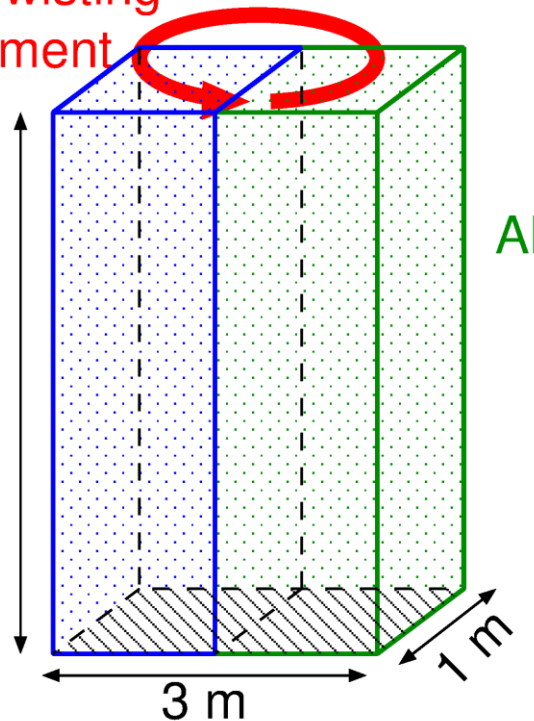
ゴム:

Neo-Hook超弾性,
 $E^{\text{ini}} = 5 \text{ MPa}$,
 $\nu^{\text{ini}} = 0.49$,
($c = 1$)

Enforced Twisting
Displacement

Rubber

5 m



3 k nodes & 14 k elems.

アルミ:

Hencky弾性

$$E = 70 \text{ GPa},$$

$$\nu = 0.3$$

von Mises等方硬化則

$$\sigma_Y = 100 \text{ MPa},$$

$$H = 0.7 \text{ GPa (一定)},$$

$$(c = 2)$$

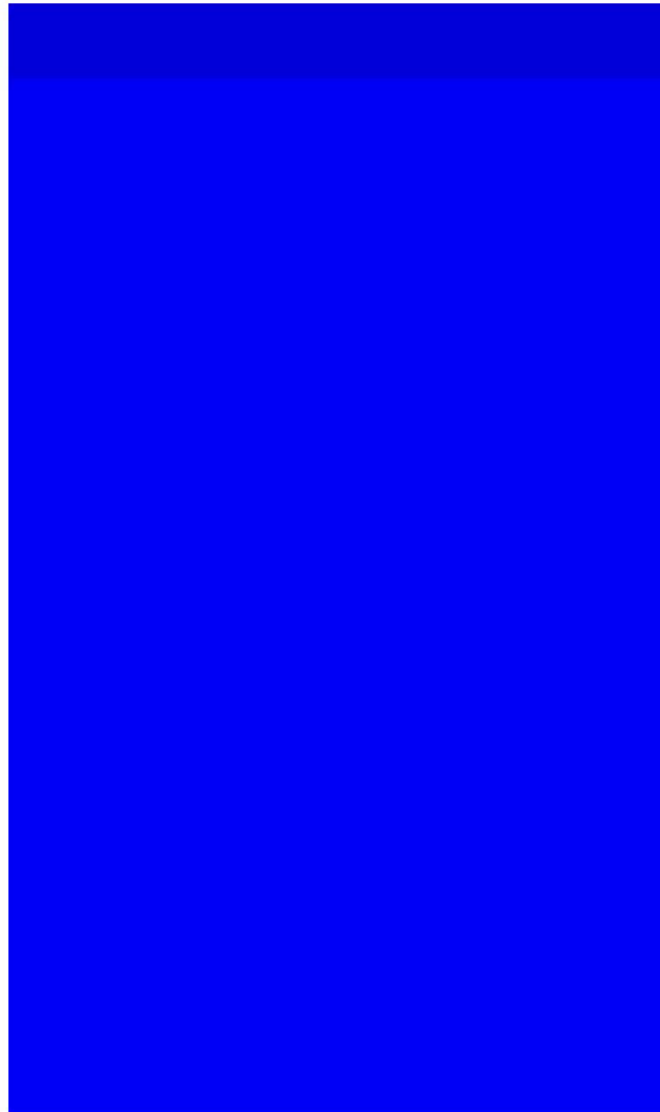
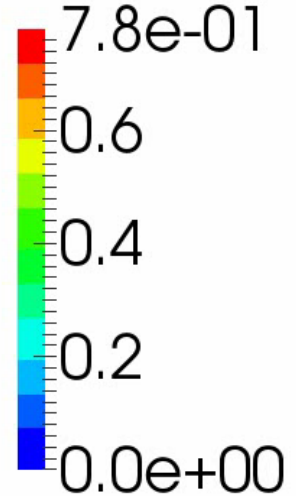
- 底面を完全拘束.
- 上面を上下拘束のうえ, 軸周りに一回転.
- F-barES-FEM-T4のみで(デモ)解析.



ゴム／アルミ合わせ板のねじり

F-bar
ES-FEM
-T4
解析結果
相当塑性
歪み分布

Equivalent_Plastic_Strain



妥当な分布が
得られている。

ゴム／アルミ合わせ板のねじり

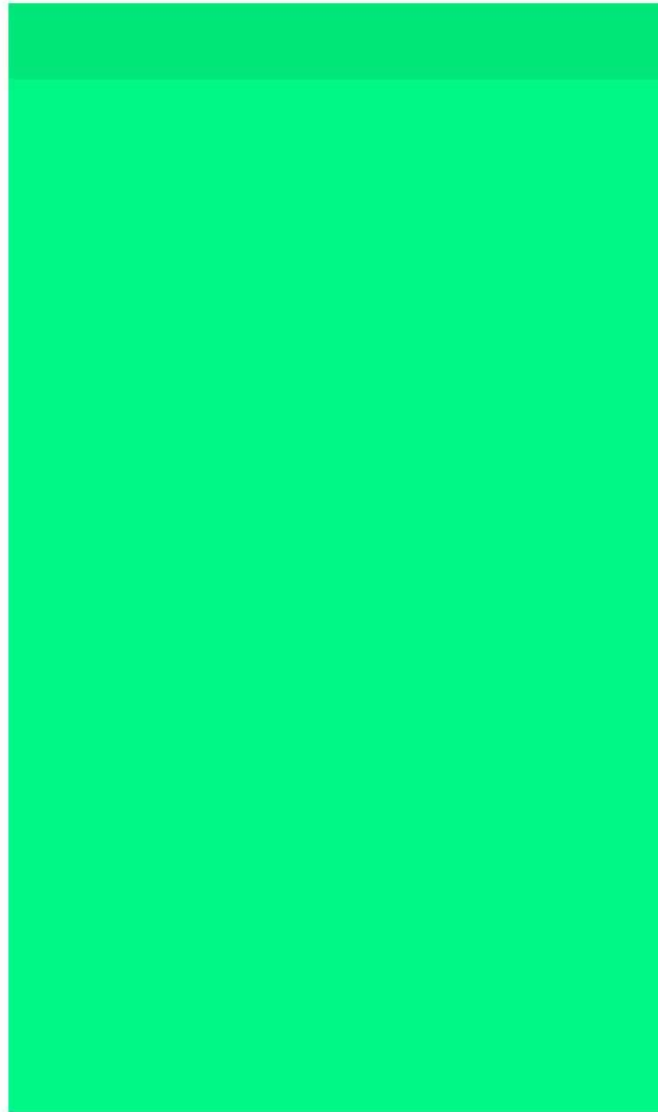
F-bar

ES-FEM

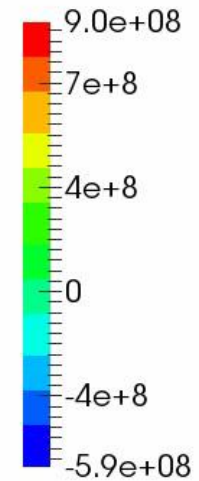
-T4

解析結果

圧力分布



Pressure (Pa)



圧力振動を
抑制出来ている。

ゴム／アルミ合わせ板のねじり

F-bar

ES-FEM

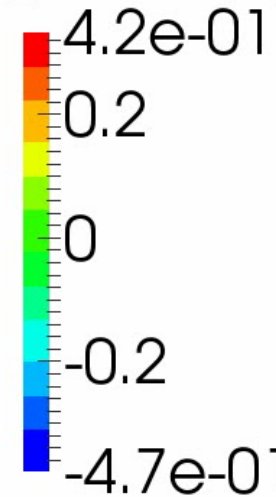
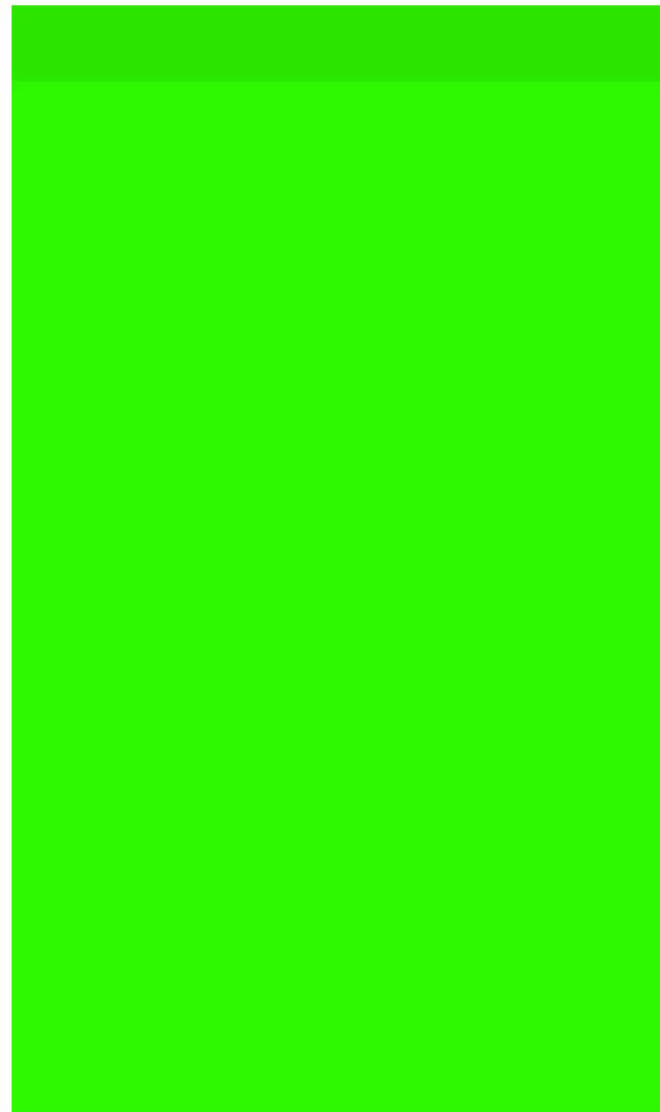
-T4

解析結果

変形勾配

F_{yz} 分布

Deformation_Gradient F_{yz}



ひずみ平滑化は
材料の界面を
またいでいない。



まとめ

F-barES-FEMの特徴

■ メリット

- 未知数が節点変位のみ
ハイブリッド要素と異なり, 圧力や体積ひずみ等の追加変数を必要とせず, Lagrange未定乗数法が不要.
⇒ 静的縮約が不要でマトリックスの形が崩れない.
⇒ 動的陽解法でも微圧縮性材料が扱える.
- 実装が容易
弱々形式化した仮想仕事の原理に基づいている.
⇒ 難しい数学を理解しなくてもプログラムが書ける.

■ デメリット

- 標準的FEMより $[K]$ のバンド幅が広がる.
- F-bar法を用いるため $[K]$ が非対称になる.



まとめ

- 最新の平滑化有限要素法(S-FEM)定式化である **F-barES-FEM-T4**を用いれば、弾塑性静解析でも
 - 4節点四面体要素(中間節点なし)
 - せん断／体積／コーナーロッキングフリー
 - 圧力振動フリー
 - 大変形でも安定が満足されることを示した.
- **静**解析において**F-barES-FEM**は恐らく四面体メッシュで**世界最高精度**.
- 今後はS-FEMの研究から産業化へと軸足を移す予定.
- **動**解析については休憩を挟んだ次の講演で発表.

ご清聴ありがとうございました.

