

微圧縮性材料の動解析における 種々の四面体平滑化有限要素法の 安定性評価

東京工業大学

飯田 稜也 大西有希 天谷賢治



研究背景・研究目的



研究背景

実現したい解析

ゴムの衝突や接触を含む動的・大変形解析

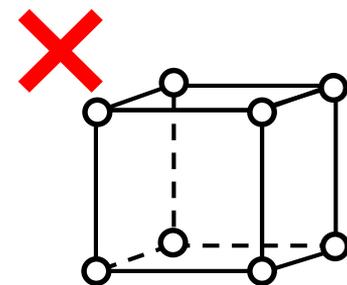
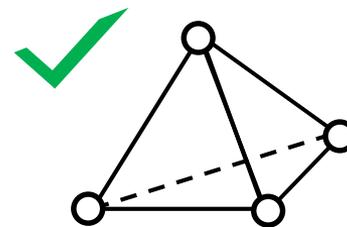
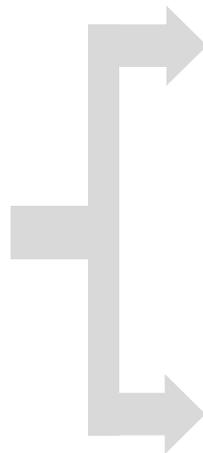
そのために...

- (1)任意形状の大変形解析に利用できる**四面体1次要素**
- (2)圧力振動とロッキングを防げる**微圧縮性に強い要素**
- (3)変位型変分原理に基づく**陽解法に適用できる要素**

が必要！

(1)なぜ四面体1次要素か

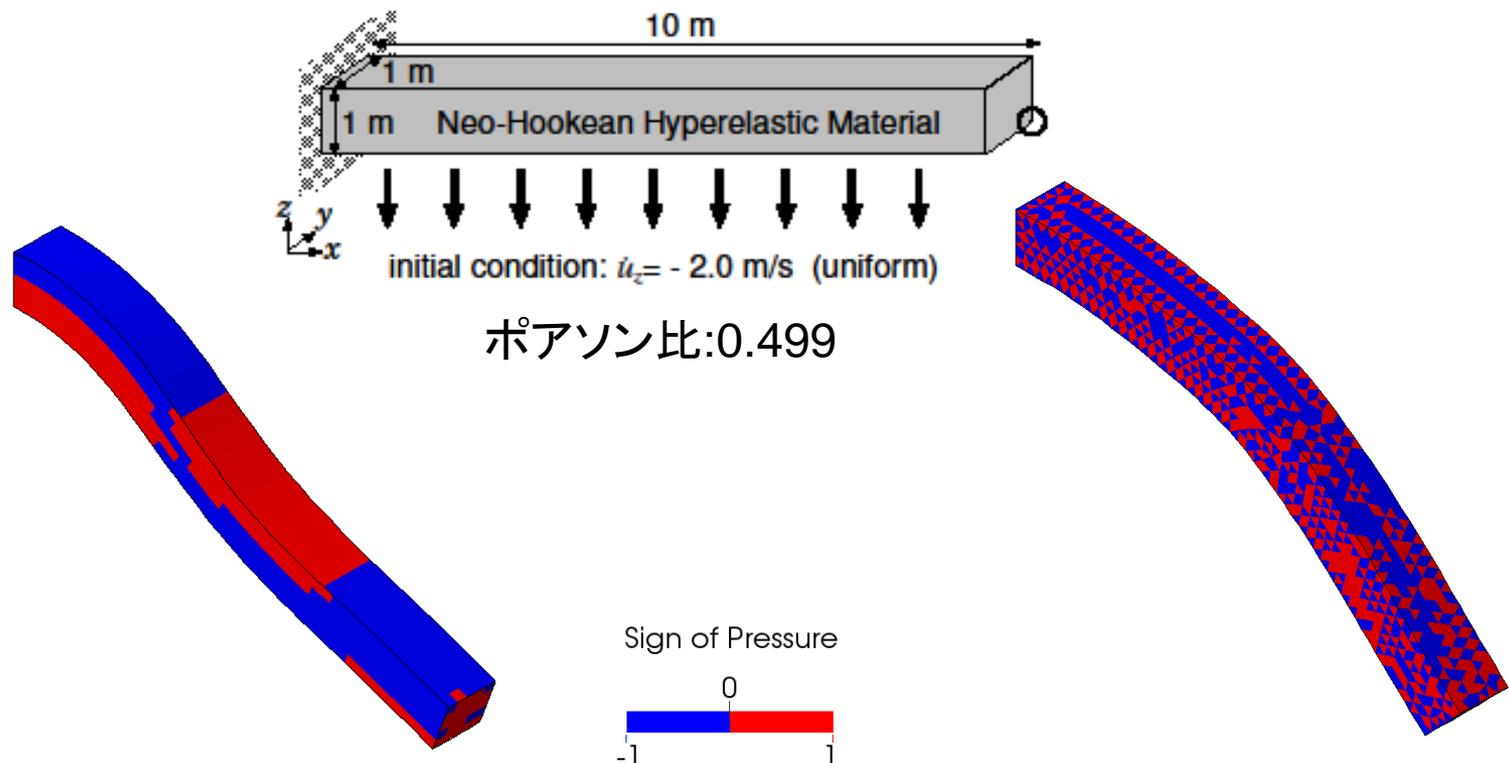
任意形状に対しては
四面体要素でしか自動でメッシングできない



加えて大変形では、ロバスト性の観点から低次要素が好まれる



(2)なぜ微圧縮性に強い要素か



参照解

従来の四面体1次要素

× 圧力振動

× せん断&体積ロッキング

微圧縮材料の解析には圧力振動とロッキングがつきまとう

(3)なぜ陽解法か

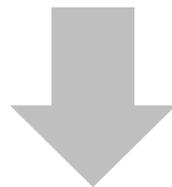
動的問題の解法

陰解法・・・長時間の応答解析に優れている。

陽解法・・・短時間の応答解析に優れている。

衝突・接触

微圧縮に強い四面体要素であるハイブリッド要素は
そのままの形で陽解法に適用できない。



すべての条件をみたら万能な要素は未だ存在しない!



研究目的

近年提案された平滑化有限要素法は
すべての条件を満たし得る

- ✓ 任意形状の大変形解析に利用できる**四面体1次要素**
- ? 圧力振動とロッキングを防げる**微圧縮性に強い要素**
- ✓ 変位型変分原理に基づく**陽解法に適用できる要素**

発表内容

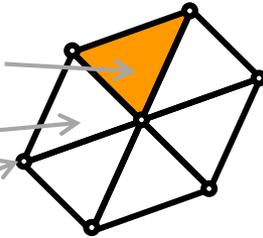
様々な平滑化有限要素法を微圧縮性材料の動的陽解法に適用し、その性能を評価する

提案手法

先行研究 平滑化有限要素法

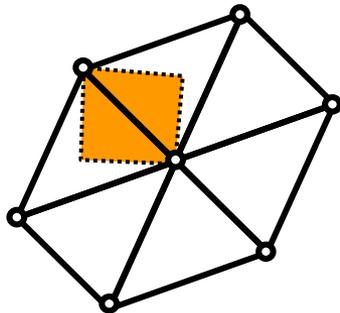
従来の有限要素法

積分領域
要素
節点

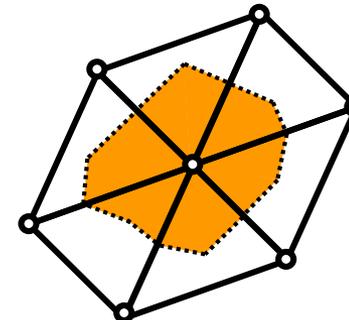


要素ごとに積分して
節点内力を計算

平滑化有限要素法(S-FEM)



ES-FEM -辺ごとに積分



NS-FEM -節点ごとに積分

✓ 等積変形成分の解析精度に優れ
せん断ロッキング回避

✓ 体積変形成分の解析精度に優れ
ロッキングを回避 圧力振動を緩和

✗ 体積ロッキングを防げない...

✗ モード形状が異常になってしまう...

S-FEMの組合せ(A): Selective ES/NS-FEM

コーシー応力を加算分解

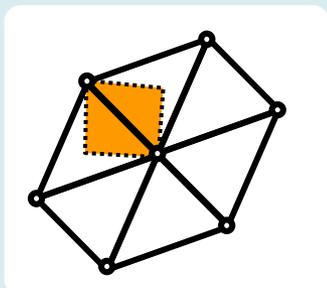
$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T}^{\text{dev}} + \boldsymbol{T}^{\text{hyd}}$$

S-FEMの組合せ(A): Selective ES/NS-FEM

以下のように**応力**の各成分を計算する.

$$T = T^{\text{dev}} + T^{\text{hyd}}$$

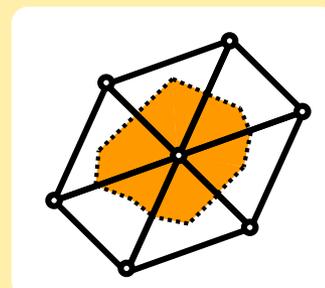
偏差応力成分



ES-FEMが担当

✓ **せん断ロッキング回避**

静水圧成分



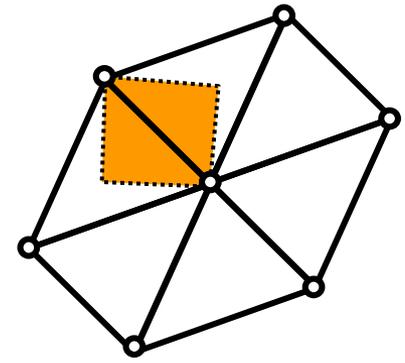
NS-FEMが担当

✓ **圧力振動を緩和**
✓ **体積ロッキング回避**

S-FEMの組合せ(B):F-bar ES-FEM

エッジ回りの変形勾配を乗算分解

$$\bar{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}}^{\text{iso}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^{\text{vol}}$$



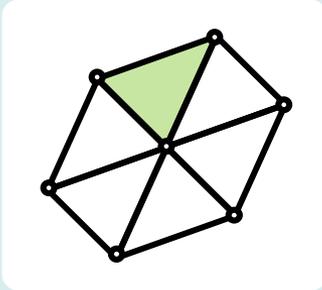
ES-FEM

S-FEMの組合せ(B):F-bar ES-FEM

以下のようにエッジの \bar{F} を計算する.

$$\bar{F} = \tilde{F}^{\text{iso}} \cdot \bar{F}^{\text{vol}}$$

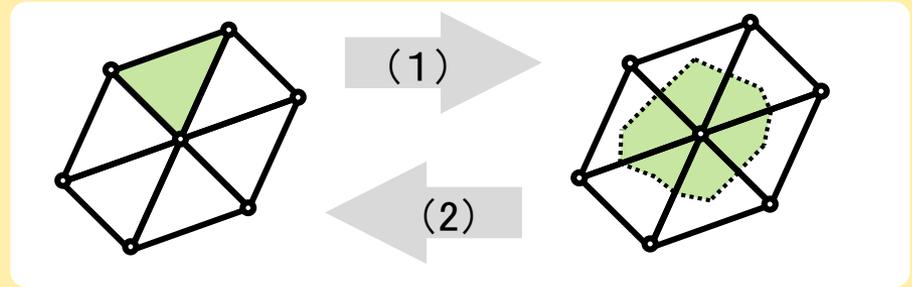
等積変形成分



隣接する要素の値を
そのまま平滑化する

→ES-FEMと同様の計算

体積変形成分



- (1)要素の値で節点の値を計算
- (2)節点の値で要素の値を計算

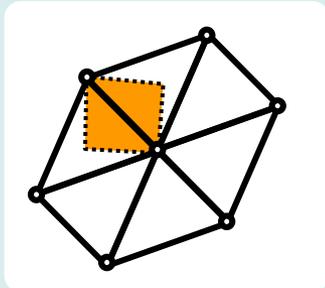
(1)(2)を必要回数繰り返す
(cyclic smoothing)

S-FEMの組合せ(B):F-barES-FEM

F-bar法を援用
体積ロッキング回避○

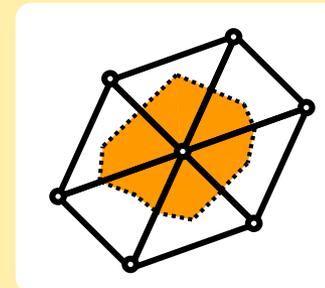
$$\bar{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}}^{\text{iso}} \cdot \bar{\mathbf{F}}^{\text{vol}}$$

等積変形成分



ES-FEMが担当
せん断ロッキング回避○

体積変形成分



NS-FEMが担当
圧力振動を緩和○

- 静解析ではロッキングフリーかつ圧力振動なし
- 動解析では未検証…

各組合せS-FEMのまとめ

(A) Selective ES/NS-FEM
偏差応力/静水圧に分解!
× 使える材料モデルに制約

変形

ひずみ: ε
変形勾配: F

応力

コーシー応力: T

内力
 f^{int}

(B) F-bar ES-FEM
等積/体積変形に分解!
× 剛性マトリクスが非対称

それぞれの手法に短所が存在する...



解析結果

Selective ES/NS-FEM

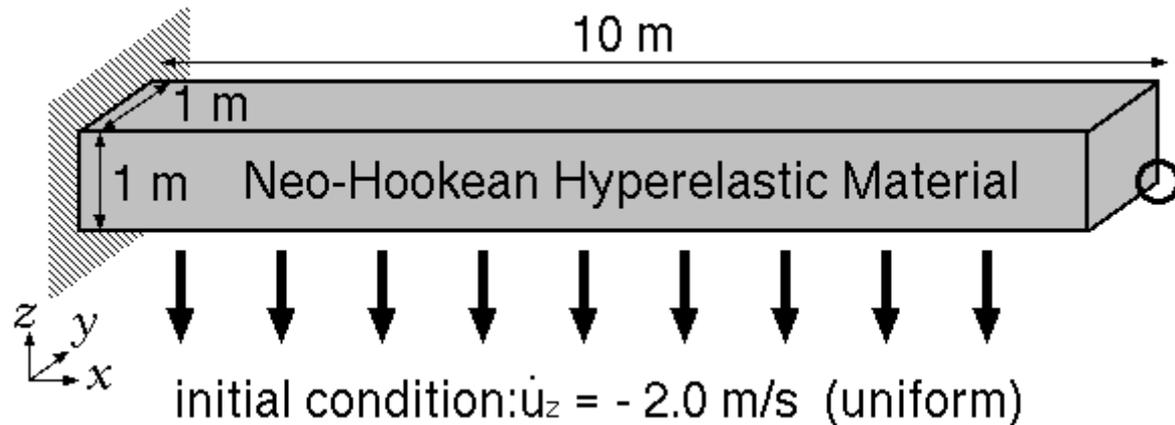
F-barES-FEM

NS-FEM

を用いたモード解析/動解析を実施した



解析例(1) 片持ち梁の曲げ変形

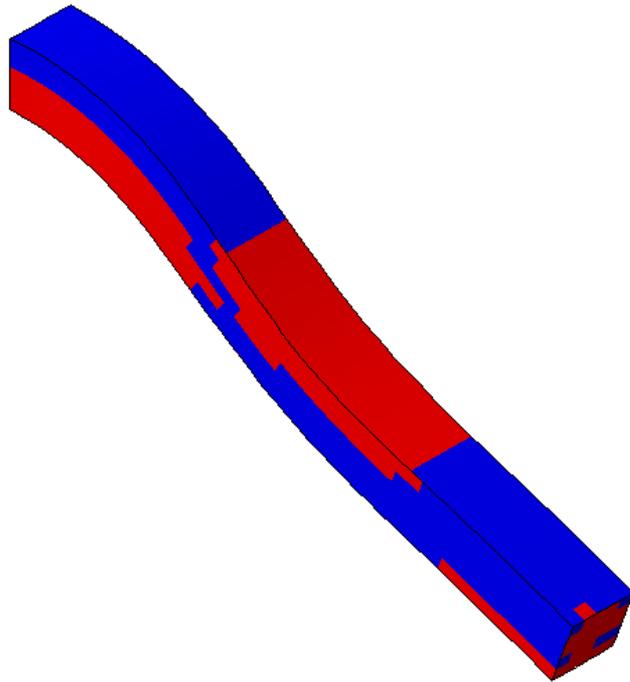


- 初期ヤング率: 6.0 MPa
 - 初期ポアソン比: 0.499
 - 密度 10000 kg/m³
- ゴムを模した **Neo-Hookean** 超弾性体
- 一様な初速度を鉛直下向きに与える.
 - 単純形状なので六面体メッシュが可能

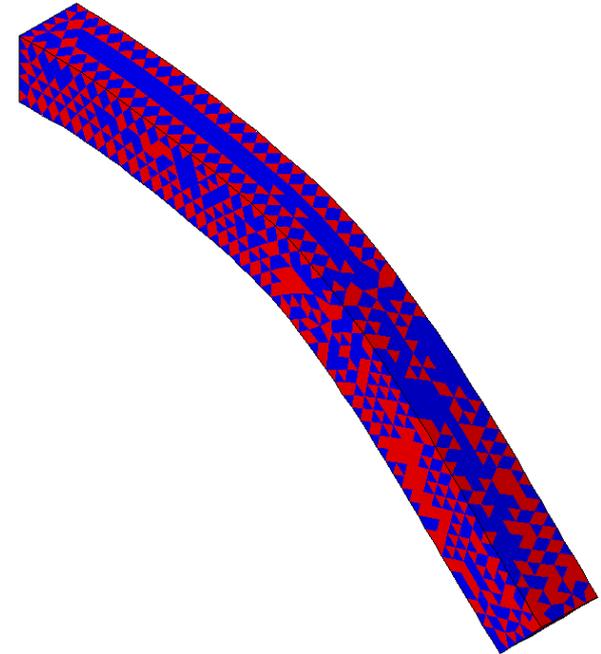
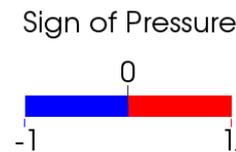
この問題を**陽解法**で解いていく.

従来の四面体1次要素での解析

時刻 $t=1.5$ s 圧力の符号の分布



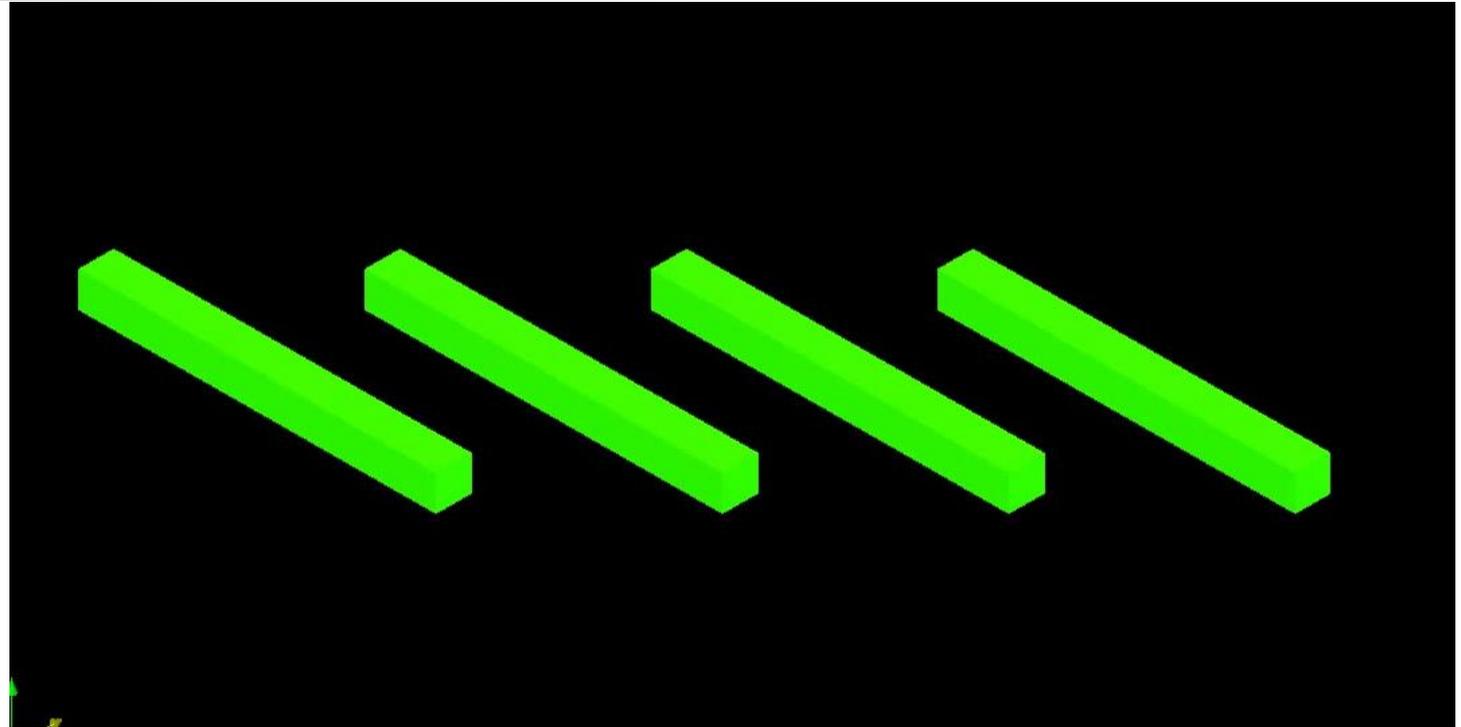
ABAQUS/Explicit
C3D8
参照解



従来の四面体1次要素
× 圧力振動
× せん断 & 体積ロッキング

従来の四面体1次要素は圧力・変位ともに使い物にならない。

変形と圧力分布の時刻歴



ABAQUS/Explicit
C3D8
(参照解)

Selective
ES/NS-FEM

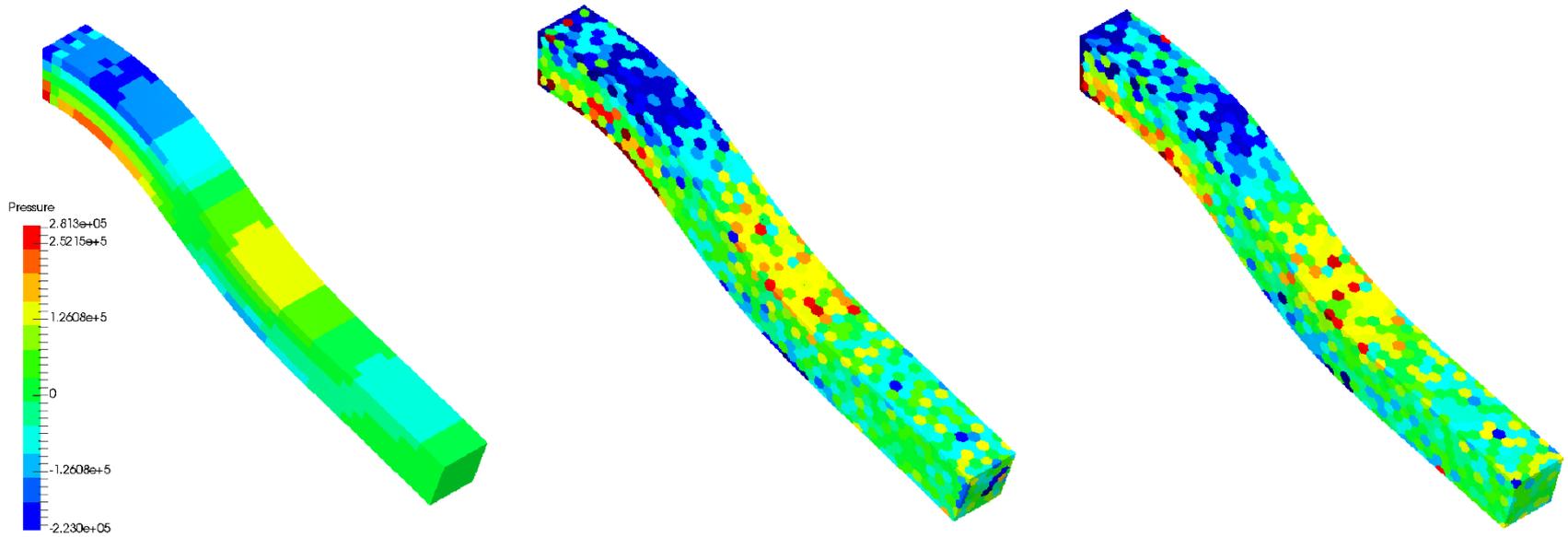
F-barES-FEM
(2)

NS-FEM

- いずれの要素もロッキングは生じていない
- Selective ES/NS-FEM, NS-FEMは圧力振動抑制が不十分
- F-barES-FEMは十分な精度で圧力符号を解析できているが徐々に悪化



時刻 $t=1.5$ sの変形形状と圧力分布



ABAQUS C3D8
(参照解)

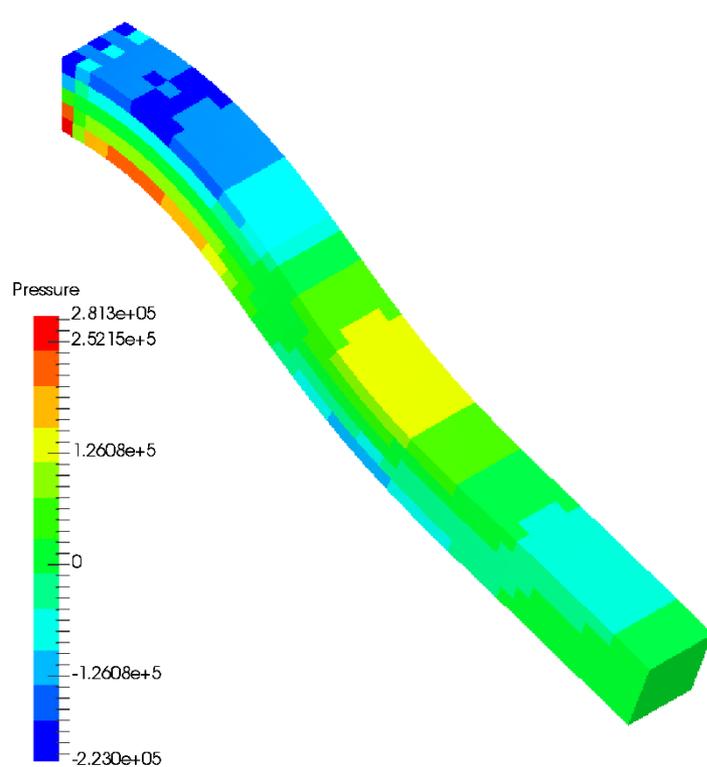
Selective
ES/NS-FEM

NS-FEM

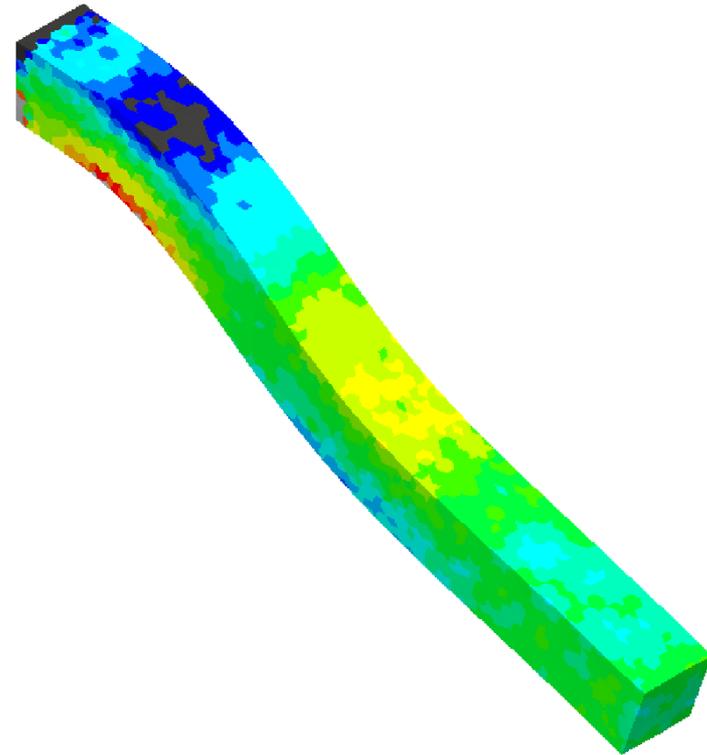
Selective ES/NS-FEM, NS-FEMは
平滑化が十分でないため圧力振動が抑制できていない



時刻 $t=1.5$ sの変形形状と圧力分布



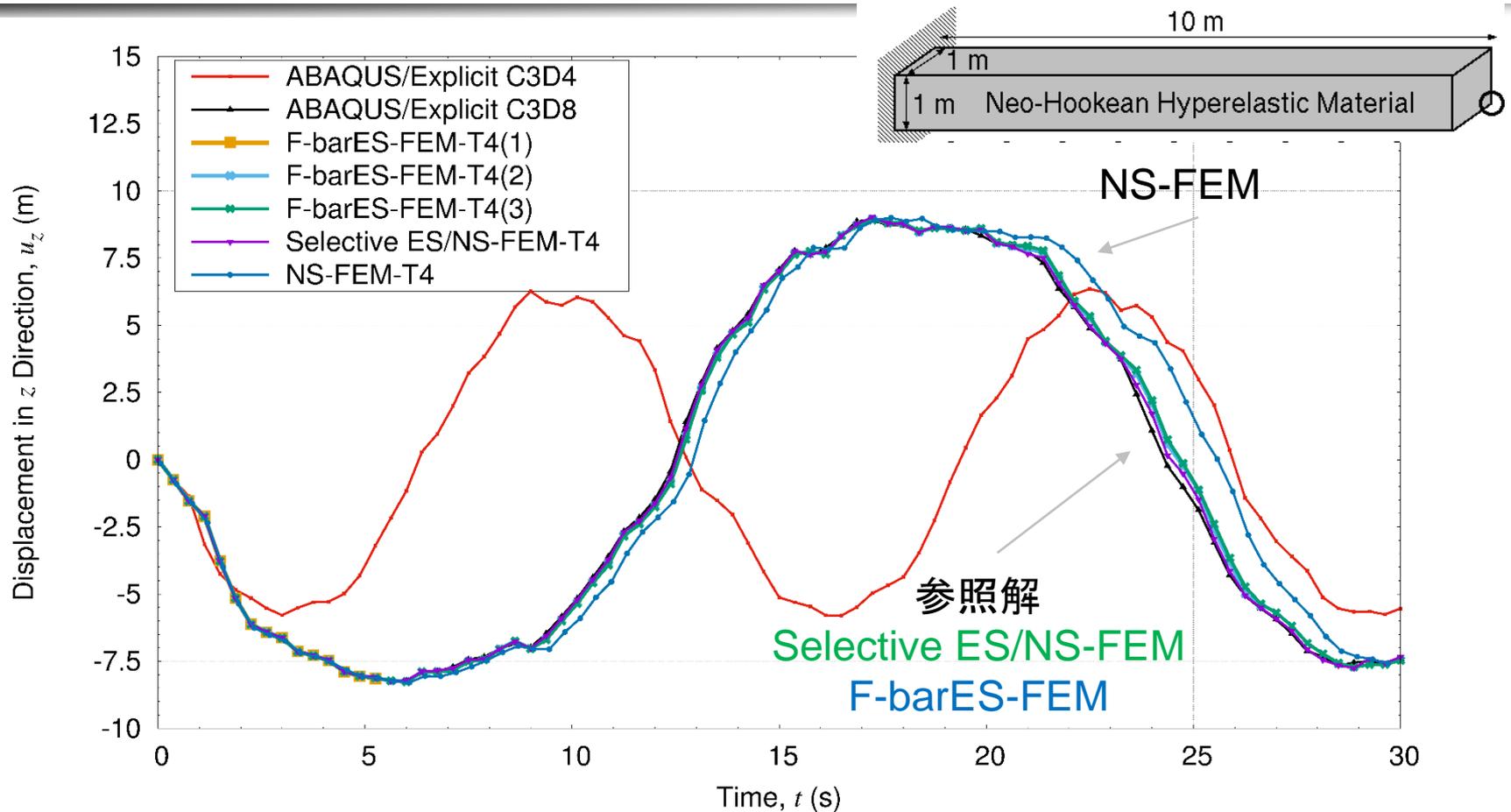
ABAQUS C3D8
(参照解)



F-barES-FEM(2)

F-barES-FEMは十分な精度で圧力分布を示せている。

変位の時刻歴

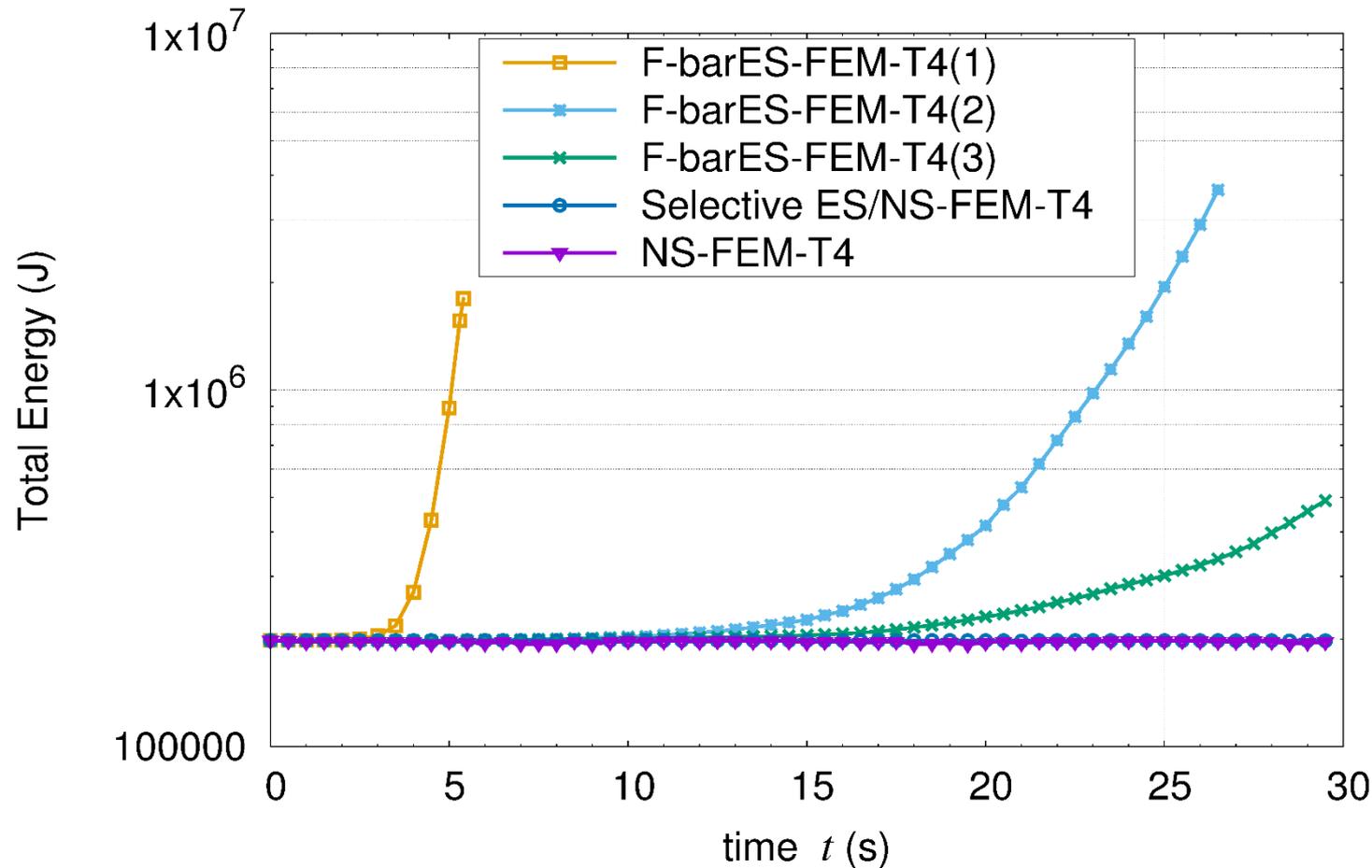


■ NS-FEMは軟らかい解となっている

■ Selective ES/NS-FEM, F-barES-FEMは参照解に一致



解析例(1)でのエネルギーの時間変化



- F-barES-FEMは早い時刻からエネルギーが発散している...
- 平滑化回数を増やすと発散速度も遅くなる.

解析例(2) 円柱のモード解析

上段 鉄鋼材料

ヤング率: 200 GPa

ポアソン比: 0.3

密度: 7800 kg/m³

平滑化: 0回

下段 ゴム材料

ヤング率: 6.0 MPa

ポアソン比: 0.499

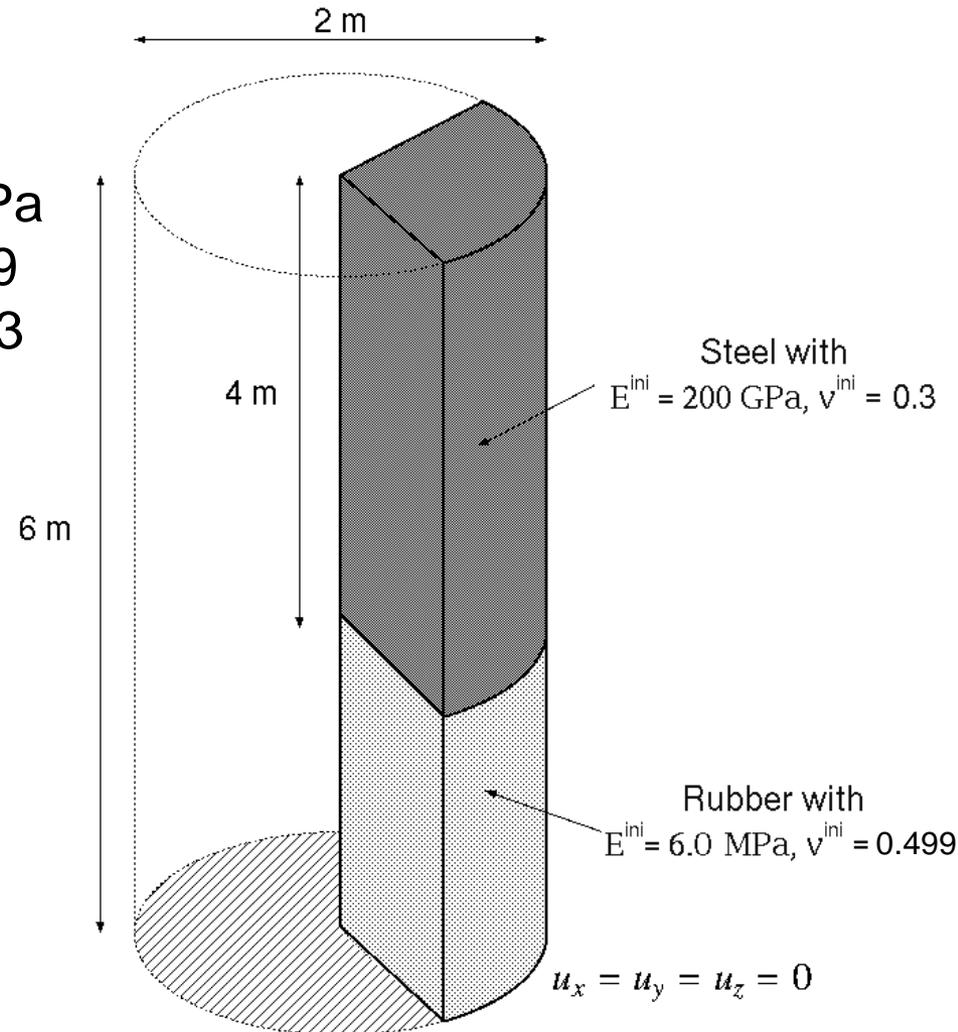
密度: 920 kg/m³

平滑化: 2回

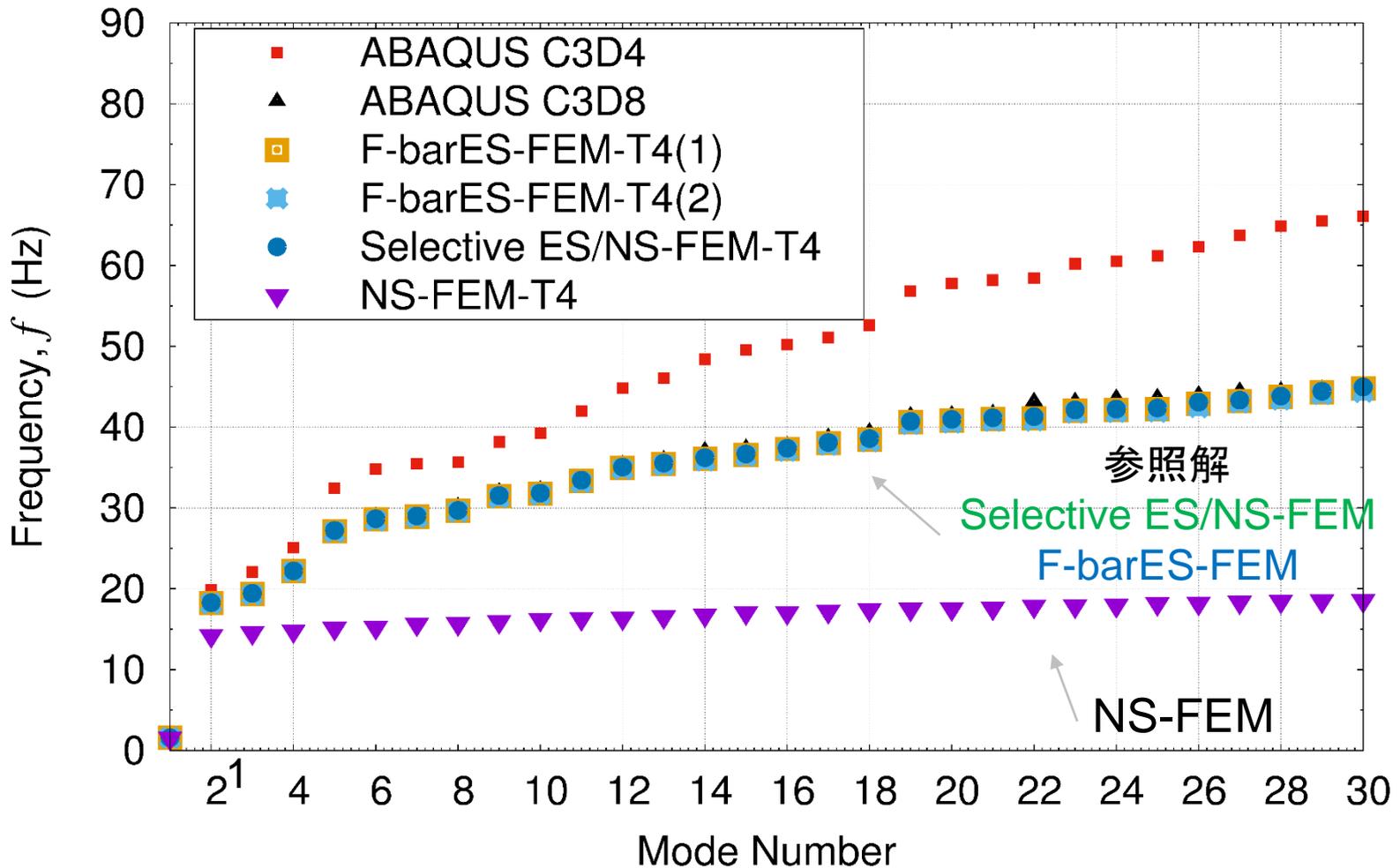
■ 材料は**線形弾性モデル**

■ 底を完全拘束した円柱の
1/4モデルのモード解析

■ ただし、ねじり・曲げのモードは
現れない



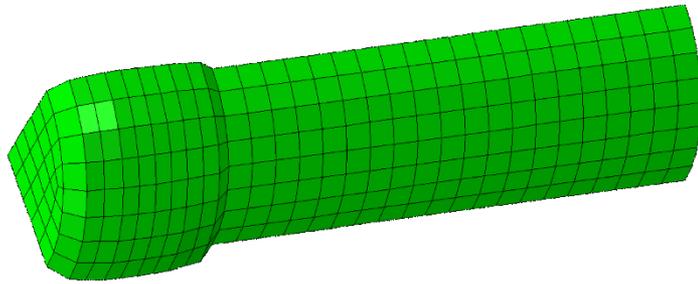
各手法の固有振動数



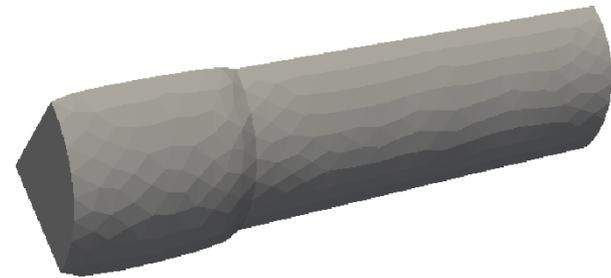
■ NS-FEMは固有振動数の精度が低い

■ Selective ES/NS-FEM, F-barES-FEMは参照解に一致

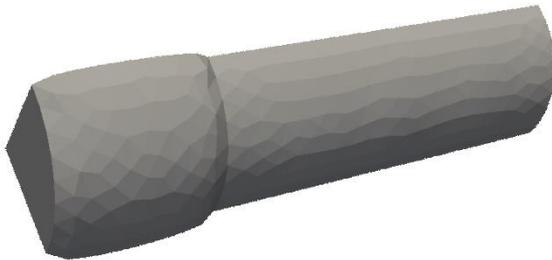
1次のモード形状



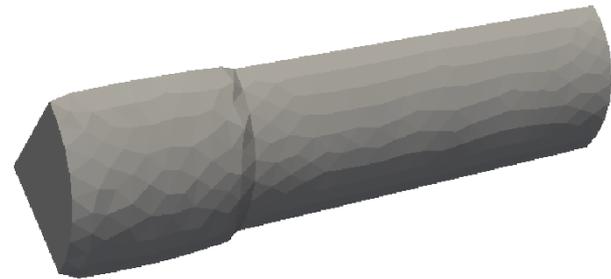
ABAQUS C3D8
(参照解)



Selective ES/NS-FEM



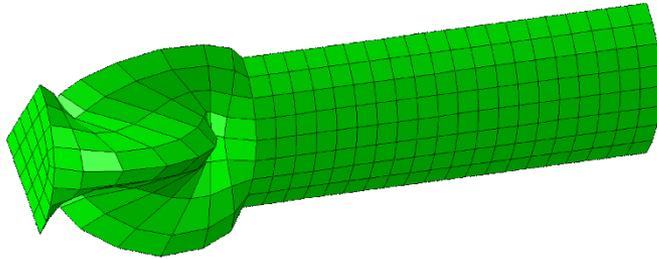
F-bar ES-FEM



NS-FEM

1次モードはいずれも参照解と一致している。

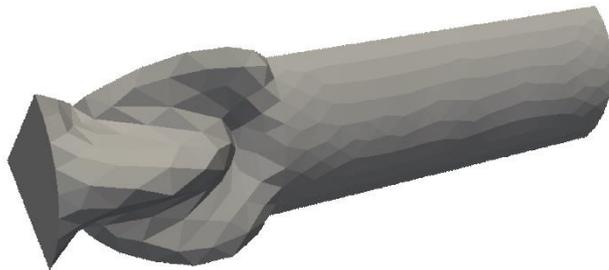
11次のモード形状



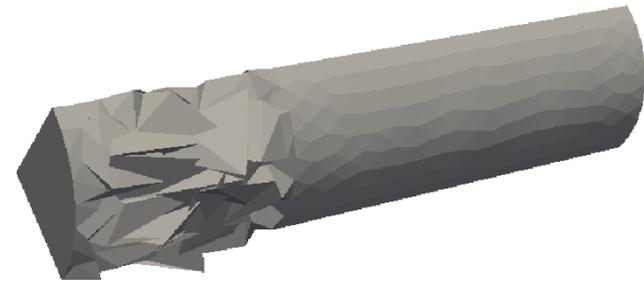
ABAQUS C3D8
(参照解)



Selective ES/NS-FEM



F-barES-FEM

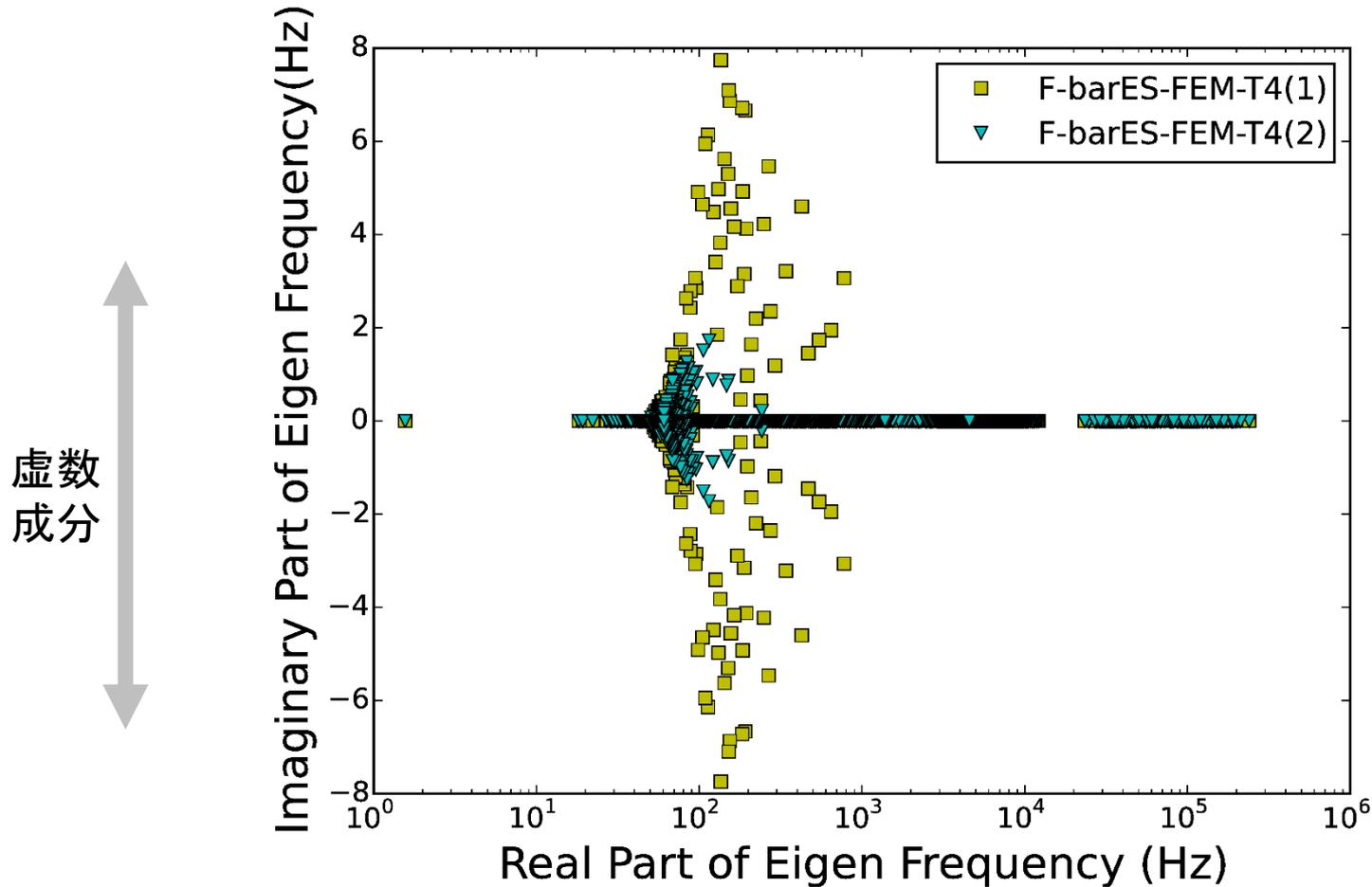


NS-FEM

擬似ゼロエネルギーモードが生じている

- Selective ES/NS-FEM, F-barES-FEMは参照解に一致
- NS-FEMは擬似ゼロエネルギーモードのため形状が異常

F-barES-FEM 固有振動数の分布



- 虚数成分を持つ固有振動数が存在する
- 平滑化の回数を増やすと虚数成分は小さくなる

エネルギー発散の原因

微小変形の場合の運動方程式:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{f^{\text{ext}}\}$$

非対称

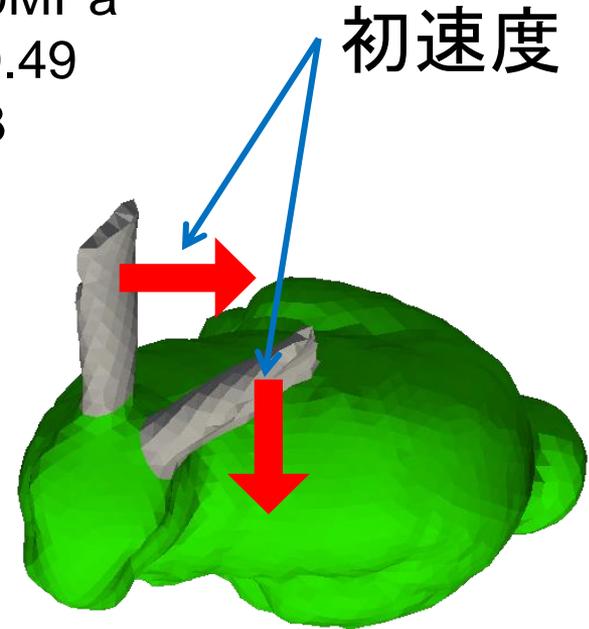
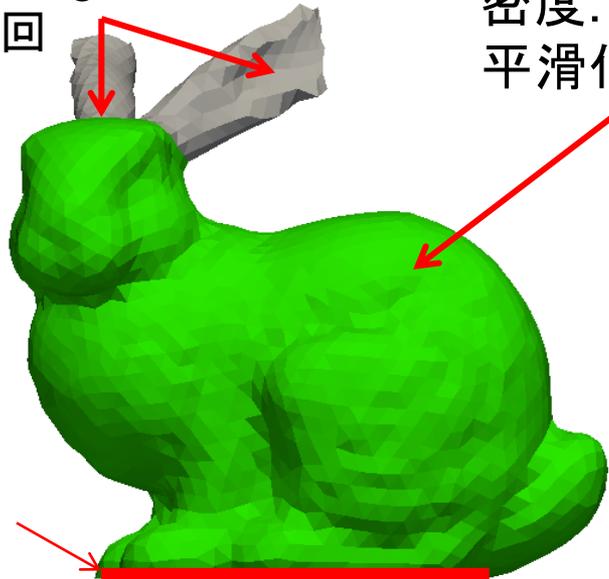
- 固有振動数の実数値性が保障されない.
- 動解析で不安定となる可能性アリ.**

平滑化回数を増やせば虚数成分が小さくなるので、発散までの時刻は長くなる.

解析例(3) 複雑形状の大変形

耳・・・鉄鋼材料
初期ヤング率: 200 GPa
初期ポアソン比: 0.3
密度: 7800 kg/m³
平滑化: 0回

そのほか・・・ゴム材料
初期ヤング率: 6.0MPa
初期ポアソン比: 0.49
密度: 920 kg/m³
平滑化: 1回

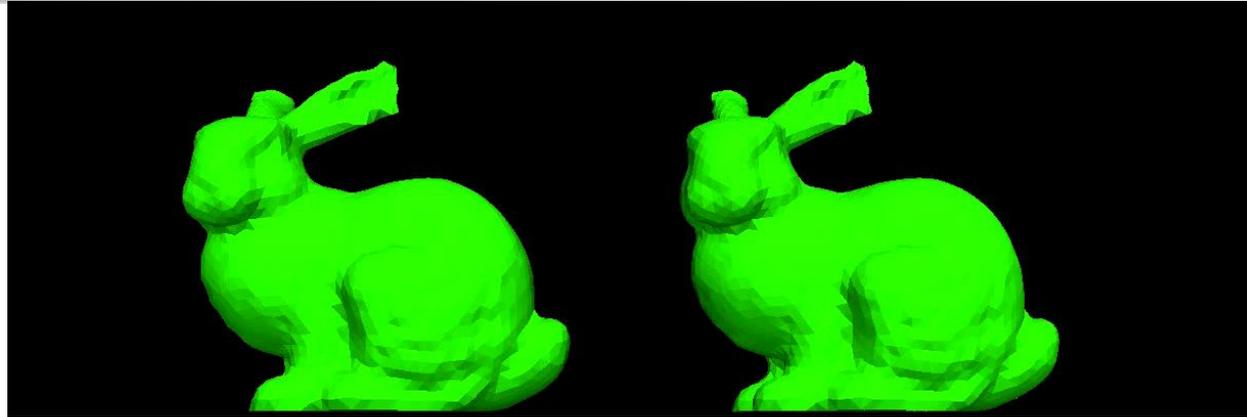


完全拘束

初速度

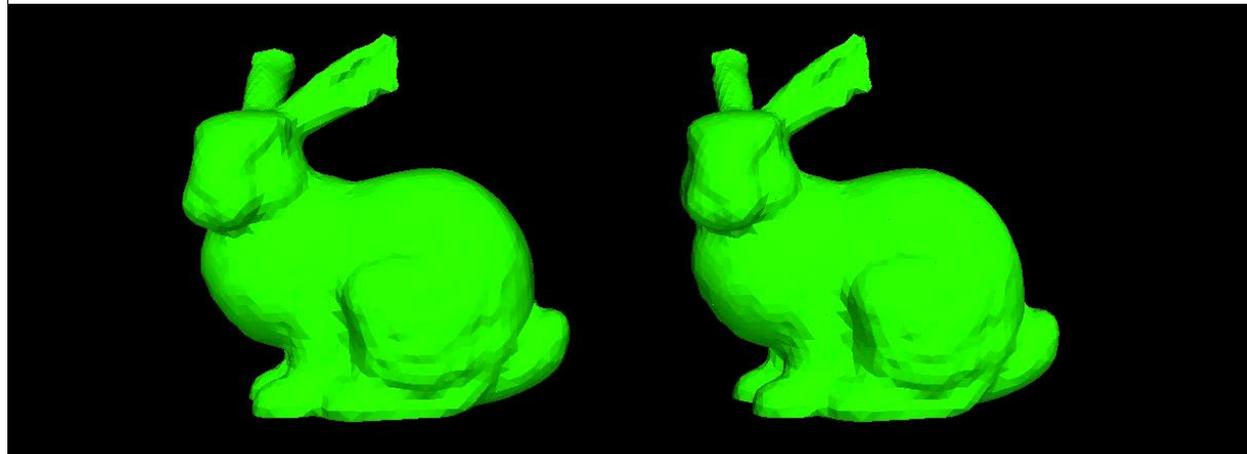
- 足を完全拘束したウサギ
- 両耳にそれぞれ一様な初速度を与える
- 材料はNeo-Hookean超弾性体
- 六面体メッシュを使用できない複雑形状

変形と圧力符号の時刻暦



ABAQUS/Explicit C3D4

Selective ES/NS-FEM

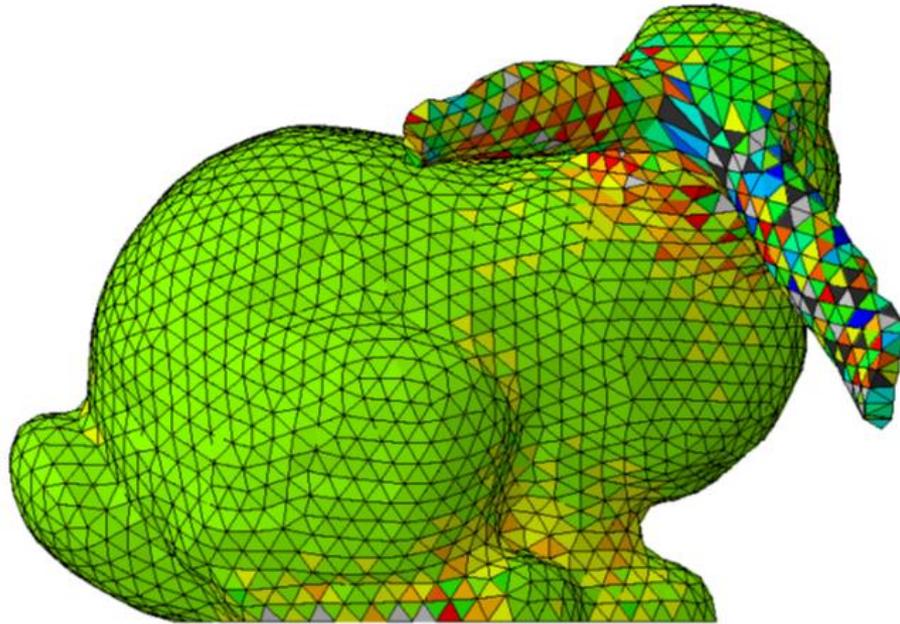


F-barES-FEM

NS-FEM

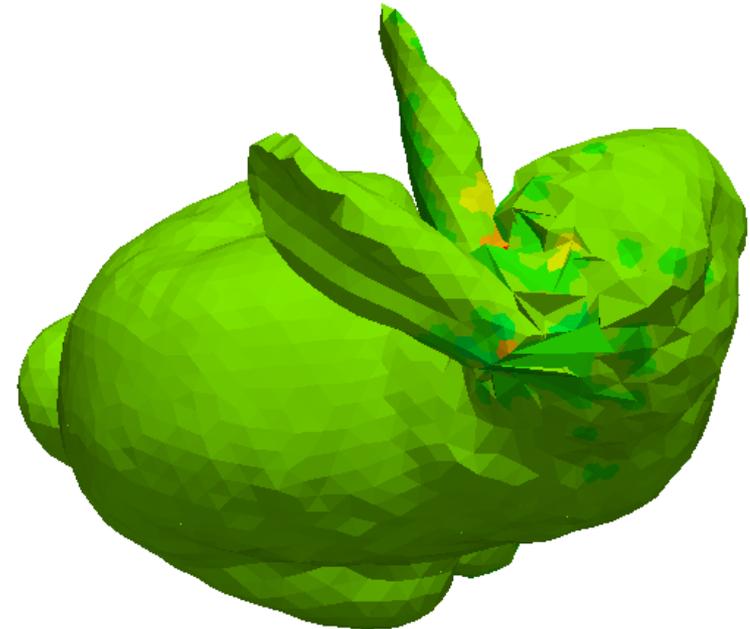
- C3D4はチェッカーボード状の圧力振動
- 他の要素はまだらな分布ではあるが圧力波によるもの

ある時刻の変形形状と圧力分布



ABAQUS/Explicit C3D4
t = 0.03 s

× 鉄鋼材料にも圧力振動

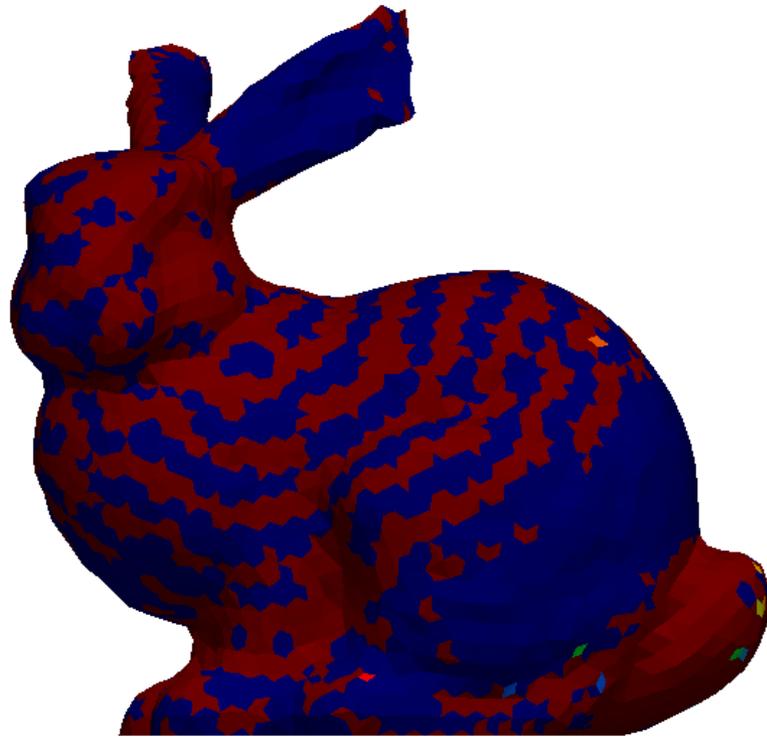


NS-FEM
t = 0.01 s

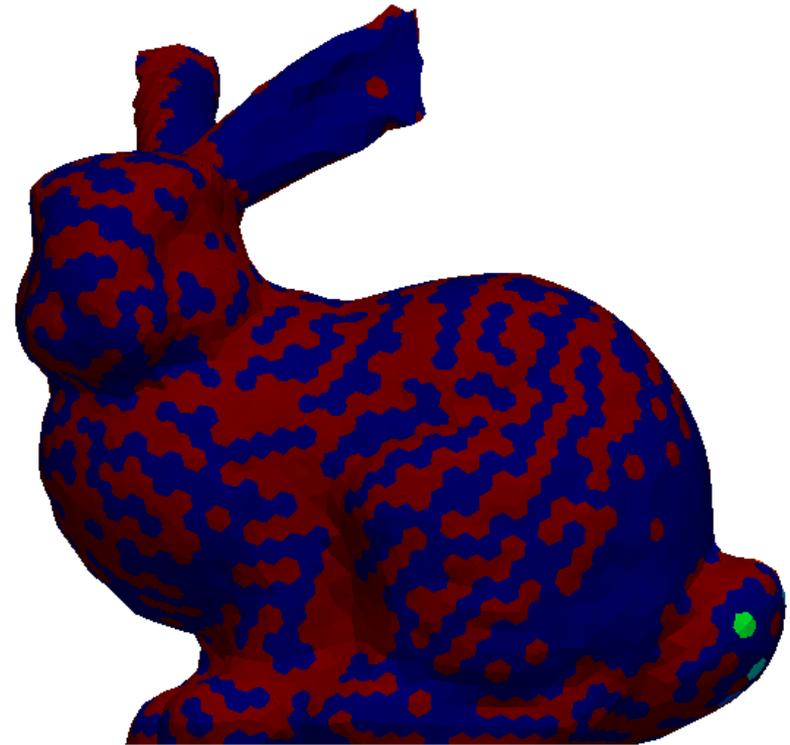
× 大変形部分で異常な変形形状

- C3D4は鉄鋼材料である耳にまで圧力振動が伝播している
- NS-FEMは大変形部分に異常な変形形状がみられる

組み合わせS-FEMの圧力分布の比較



F-barES-FEM



Selective ES/NS-FEM

- F-barES-FEMの方が圧力波を精度よく解析できている

まとめ

各S-FEMの特徴は次のようにまとめられる。

■ Selective ES/NS-FEM

- 圧力振動を抑制することはできないが、動的に安定
- モード解析においても十分な精度で解析可能

■ F-barES-FEM

- 適切な平滑化回数によって十分に圧力振動を抑制できる
- 複素固有振動数によって動的に不安定な解になってしまう
- モード解析において十分な精度で解析可能

■ NS-FEM

- 十分に圧力振動を抑制することはできないが、動的に安定
- モード解析は擬似低エネルギーモードにより精度が低い
- 3手法の中でもっとも計算コストが小さいメリットがある

