

平滑化有限要素法(S-FEM)と
増分形釣合方程式を組み合わせた大変
形問題に対する
安定かつ高精度な
リゾーニング手法

大西 有希, 天谷 賢治

東京工業大学



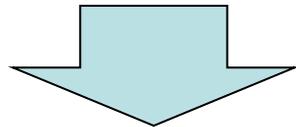
研究背景

- 柔らかい材料の静的超大変形問題を高精度かつ安定に解きたい。

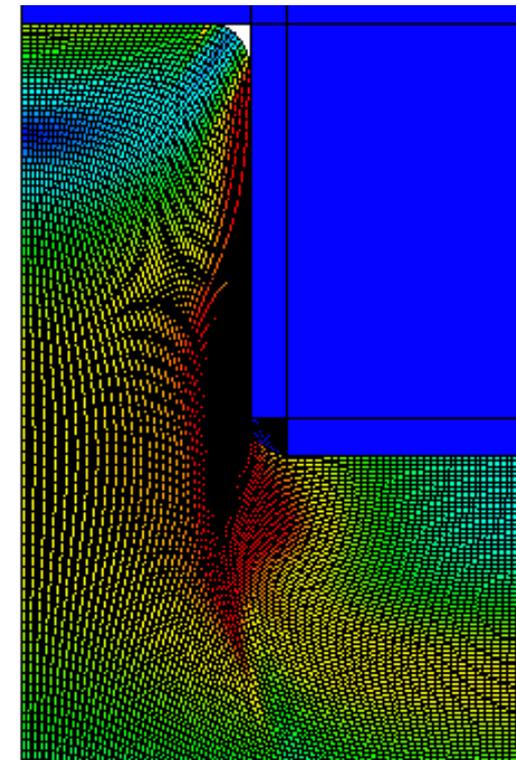
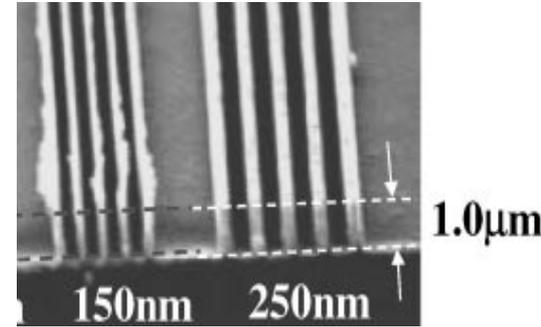
(最終目標: 成形解析

e.g. 熱ナノインプリント等)

- メッシュ固定のFEMを使用するとメッシュがすぐに潰れてしまい、解が得られない。



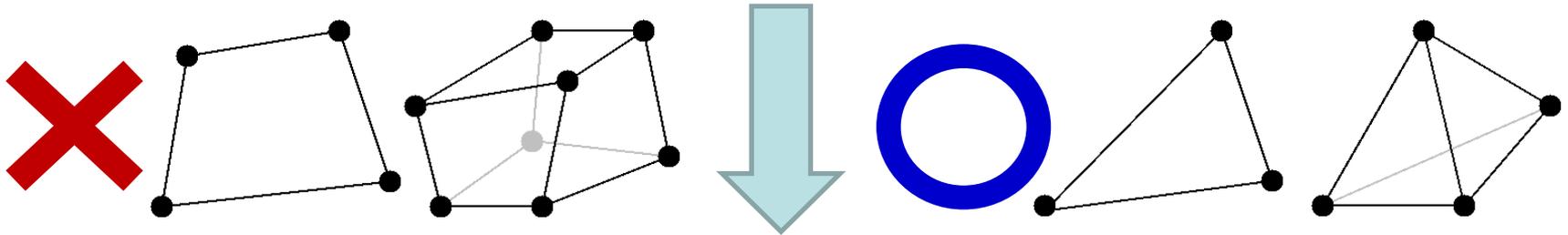
- **メッシュリゾーニング** (メッシュを何度も切り直して計算を続行すること) が不可欠。



メッシュリゾーニングの2大問題

問題1: 精度

任意の変形状態を持つ領域を良質な**四角形要素**(2D)および**六面体要素**(3D)でリメッシュすることが出来ない。



三角形要素および**四面体要素**を使用せざるを得ない。

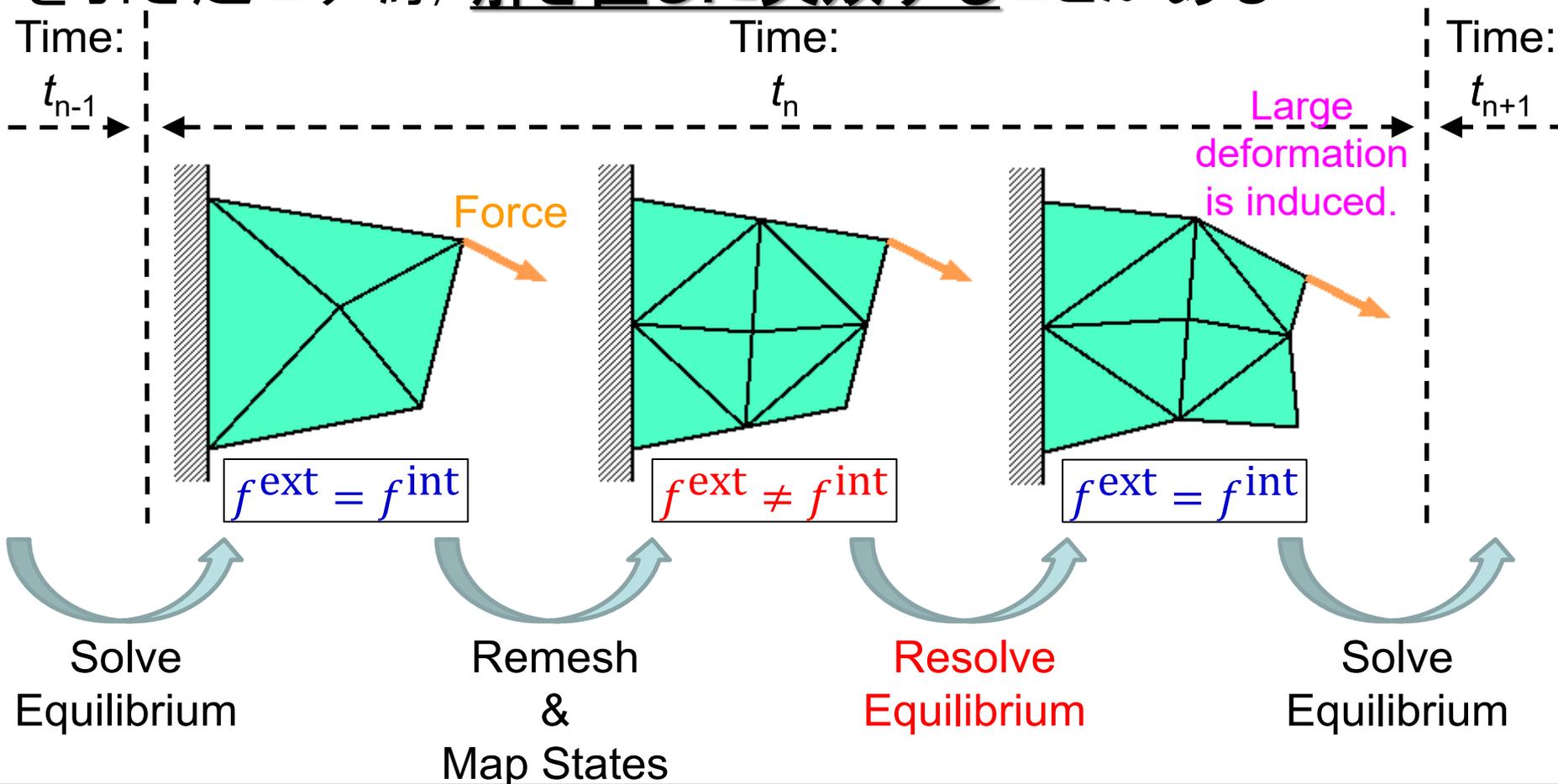
しかし、標準的な(定ひずみ)三角形要素および四面体要素は容易にせん断および体積ロッキングを引き起こす為、低精度の答えしか得ることが出来ない...

- 2次要素は大変形問題では却って精度が悪い。
- B-bar法やF-bar法をそのまま適用出来ない。
- 拡張ひずみ仮定法(EAS)は不安定. ハイブリッド要素は面倒。

メッシュリゾーニングの2大問題

問題2: 安定性

メッシュリゾーニング中の「解き直し」のプロセスが大変形を引き起こす為、解き直しに失敗することがある。



提案するアイデア

「問題1:精度」に対するアイデア

平滑化有限要素法(Smoothed Finite Element Method: S-FEM)に独自改良を加えた手法を採用し、三角形要素および四面体要素でもロッキングを起こさないようにする。

「問題2:安定性」に対するアイデア

増分形陰的釣合方程式を解くべき方程式とし、解き直しによる大変形を起こさないようにする。

本講演では、「問題1:精度」に対してS-FEMを用いるアイデアについてお話します。

研究目的

大変形問題に対して
高精度(かつ安定)に解が得られる
独自改良版S-FEM(と増分形の陰的釣合方程式)
に基づくメッシュリゾーニング法を開発する.

発表目次

- ・独自改良版S-FEMの定式化
- ・メッシュリゾーニング解析例
- ・まとめ

独自改良版S-FEMの定式化



Smoothed Finite Element Method (S-FEM)とは？

- ひずみ平滑化手法(strain smoothing)の一種で実装が楽
- S-FEMには幾つかのタイプがある。

- Edge-based (**ES-FEM**) for 2D
- Face-based (**FS-FEM**) for 3D
- Node-based (**NS-FEM**) for both 2D and 3D
- Selective edge/node-based (**ES/NS-FEM**) for 2D
- Selective face/node-based (**FS/NS-FEM**) for 3D

- Selective S-FEMは三角形要素および四面体要素でもせん断・体積ロッキングを避けることが出来るため、現行の最善手法と考えられている。

簡単のため、三角形要素を用いた2D解析で使用する

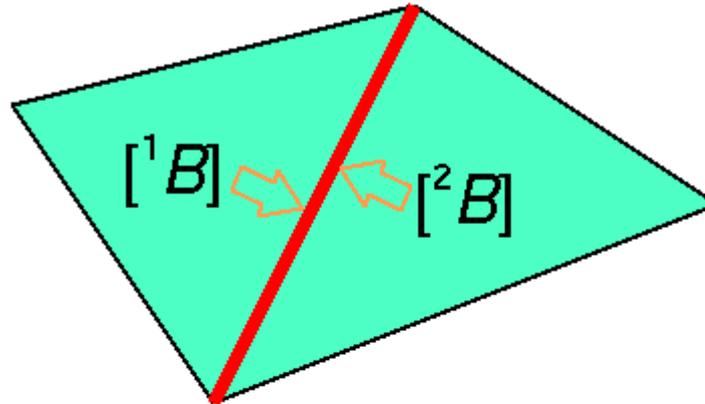
ES-FEM, **NS-FEM**, **selective ES/NS-FEM**, および
独自改良版selective ES/NS-FEMについて順に解説します。



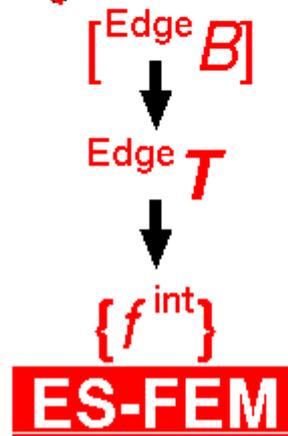
Edge-based S-FEM (ES-FEM)

- 要素 $[B]$ の計算,
- 要素 $[B]$ を接するエッジに面積比で分配し, $[^{\text{Edge}} B]$ を作成,
- $F, T, \{f^{\text{int}}\}$ 等をエッジで計算.

概して高精度だが, 体積ロッキングを起こすのが欠点



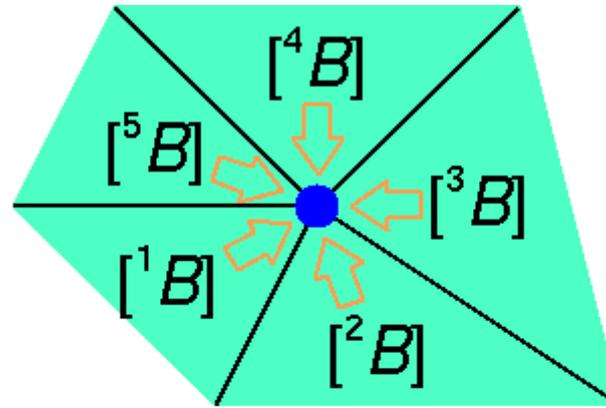
「エッジ」を「フェイス」
と読み替えれば
FS-FEM for 3D



Node-based S-FEM (NS-FEM)

- 要素 $[B]$ の計算,
- 要素 $[B]$ を接するノードに面積比で分配し, $[^{\text{Node}}B]$ を作成,
- $F, T, \{f^{\text{int}}\}$ 等をノードで計算.

体積ロッキングを起こさないが, 概して低精度なのが欠点



∵ゼロエネルギーモード
が現れてしまうから.
(低減積分要素で現れる
アワーグラスモードと同等)

$[^{\text{Node}}B]$

Node T

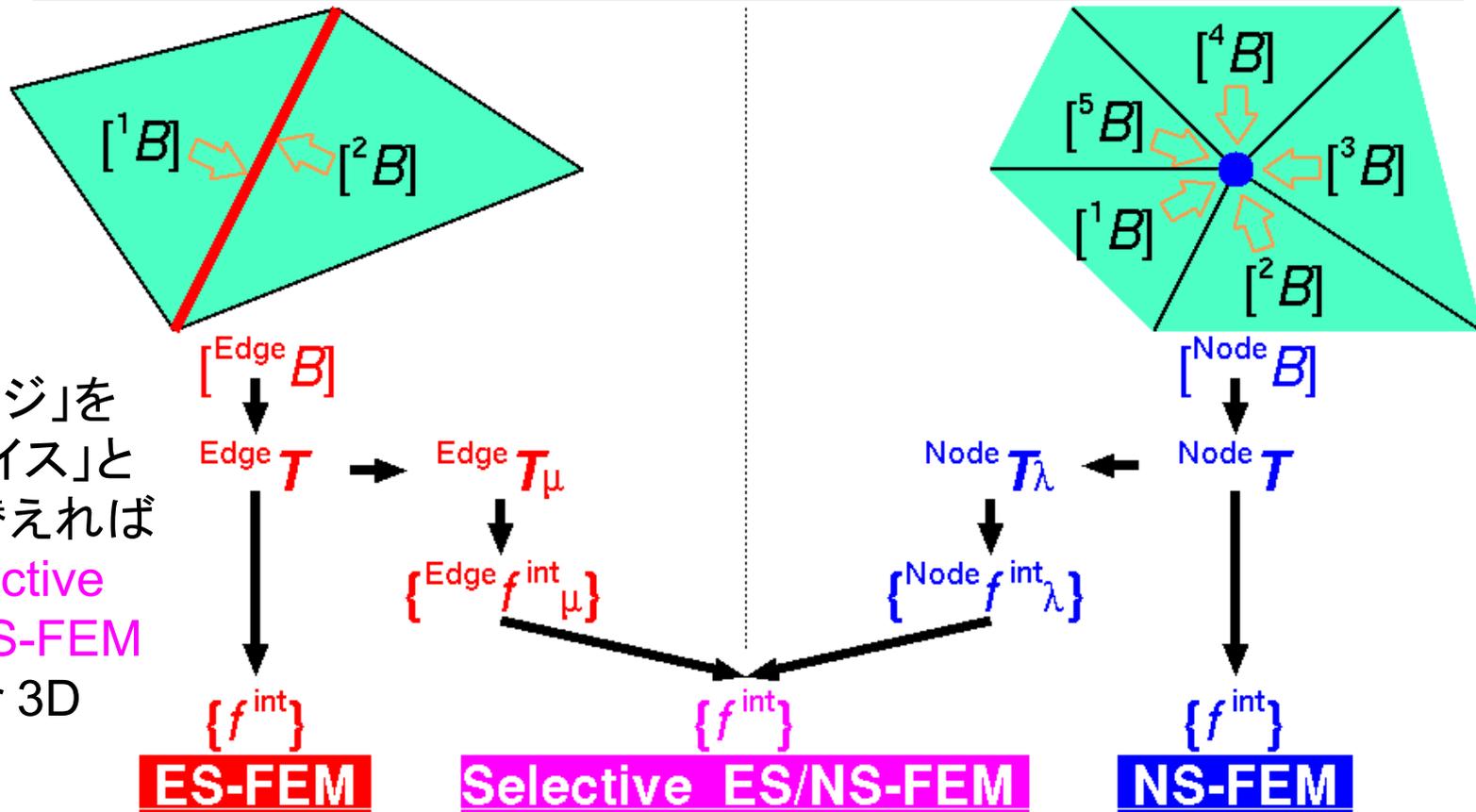
$\{f^{\text{int}}\}$

NS-FEM

オリジナル版 Selective ES/NS-FEM

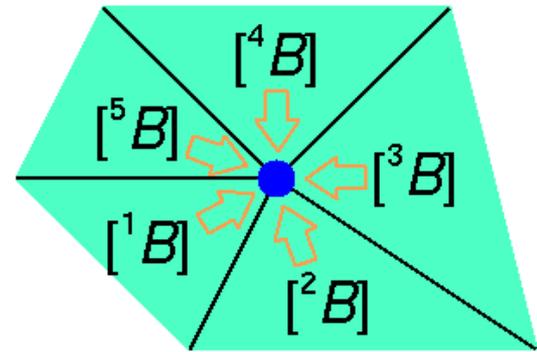
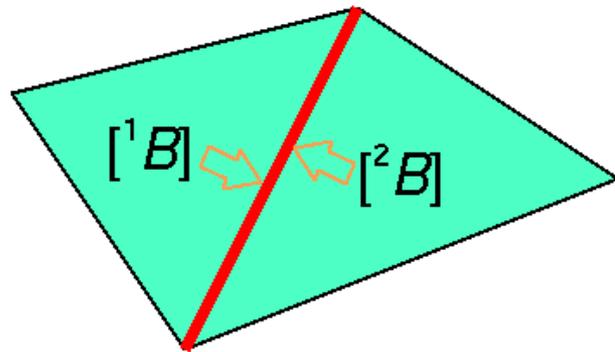
- Lamé定数 μ と λ に従い, 応力を " μ part" と " λ part" に分解,
- $F, T, \{f^{int}\}$ 等をエッジとノードの両方でそれぞれ計算して合算.

高精度で体積ロッキングも回避できるが,
Lamé定数で陽に表される弾性材料モデルしか扱えない

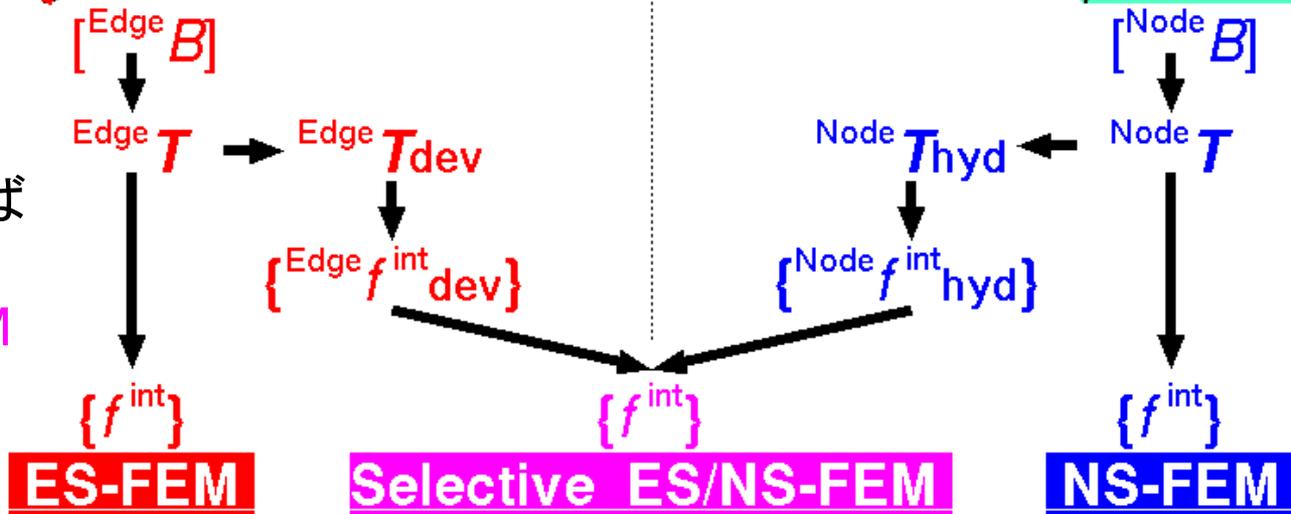


独自改良版 Selective ES/NS-FEM

- 応力を "deviatoric (偏差) part" と "hydrostatic (静水圧) part" に分解
- $F, T, \{f^{int}\}$ 等をエッジとノードの両方でそれぞれ計算して合算.
高精度で体積ロッキングを回避し, 任意の材料モデルに適用可能



「エッジ」を
「フェイス」と
読み替えれば
selective
FS/NS-FEM
for 3D



独自改良版 Selective S-FEM の検証

片持ち梁の曲げ解析

- 10m x 1m x 1m の片持ち梁の先端に 20 kNの死荷重
- Neo-Hookean **超弾性体**:

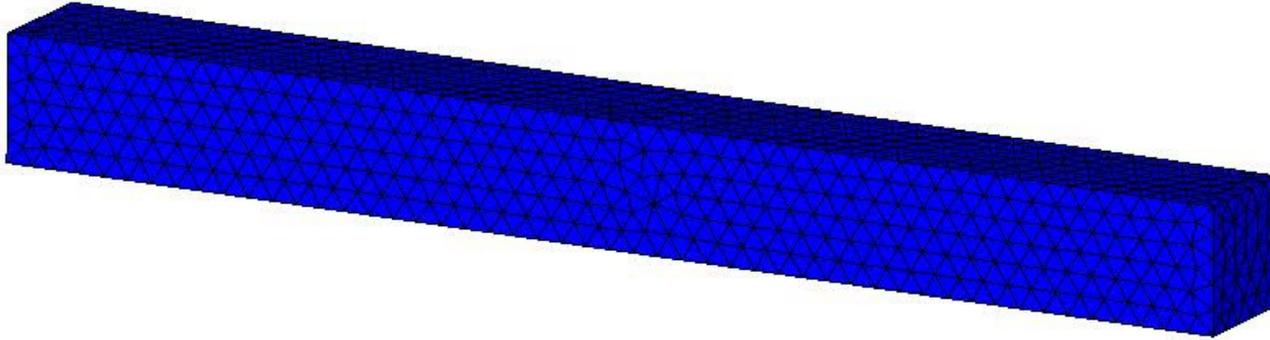
$$[T] = 2C_{10} \frac{\text{Dev}(\bar{B})}{J} + \frac{2}{D_1} (J - 1)[I].$$

- C_{10} は 1 GPa で一定, D_1 を様々に変化.
- **独自改良版 selective FS/NS-FEM** では 9560個の四面体要素と 2288個の節点を使用.
- **参照解 ABAQUS/Standard** では 1250個の $C3D20H$ (2nd-order **hybrid 六面体要素**と6696個の節点を使用.
- S-FEMそのものの検証の為, メッシュリゾーニングは実施しない.



独自改良版 Selective S-FEM の検証

$D_1 = 2 \text{ PPa}^{-1}$ ($\nu_0 = 0.499999$) の時の解析結果



Mises Stress (Pa)

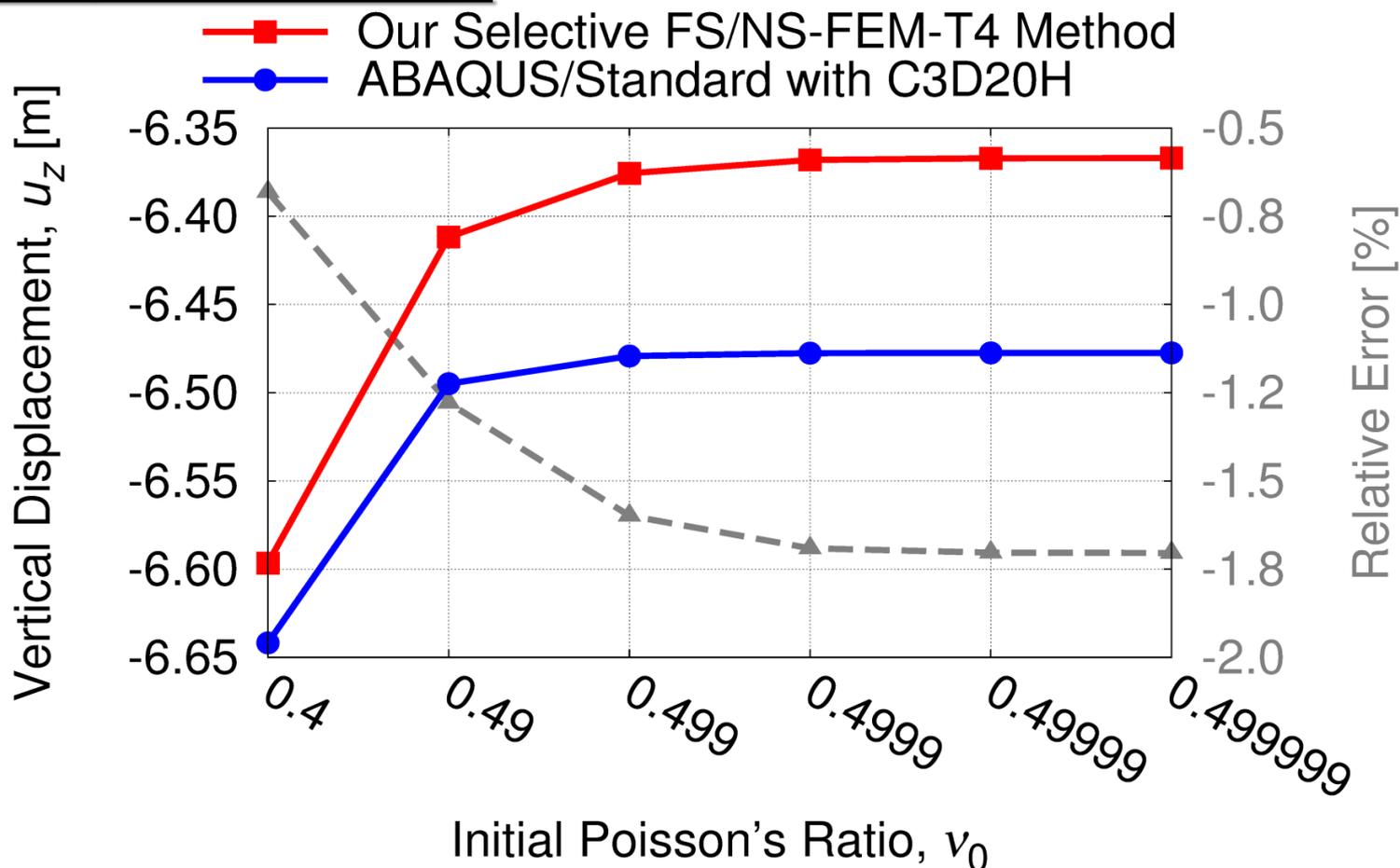


たわみ量は
およそ -6.5 m
となった。

なお、この問題を
定ひずみ四面体要素
で解くと、たわみ量は
たったの -0.1 m
となってしまふ。

独自改良版 Selective S-FEM の検証

先端たわみ量の比較

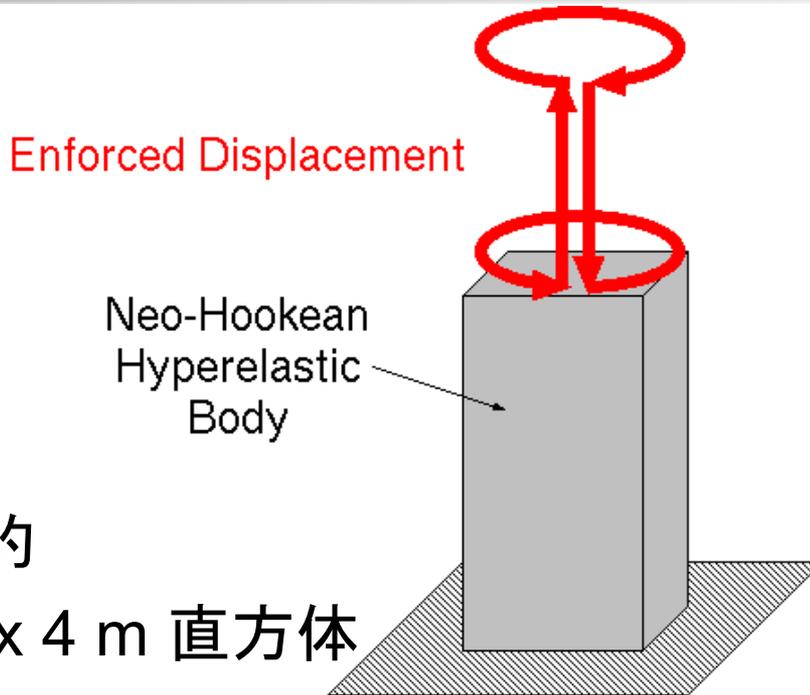


独自改良版 selective FS/NS-FEM は体積ロッキングを起こさず、超弾性体など任意の材料モデルで高精度である。

メッシュリゾーニング解析例



超弾性体のねじり引張り



- 3次元, 静的
- 1 m x 2 m x 4 m 直方体
- Neo-Hookean超弾性体:
 $C_{10} = 1 \text{ GPa}$, $D_1 = 400 \text{ GPa}^{-1}$ ($\nu_0 \approx 0.48$)
- 下面を完全拘束し, 上面を360度ねじる \Rightarrow 公称ひずみで100%
引張る \Rightarrow ねじりを戻す \Rightarrow 引張りを戻す
- 独自改良版 selective FS/NS-FEM で四面体要素を使用
- 90度ねじり, および50%伸縮ごとにメッシュリゾーニングを実施

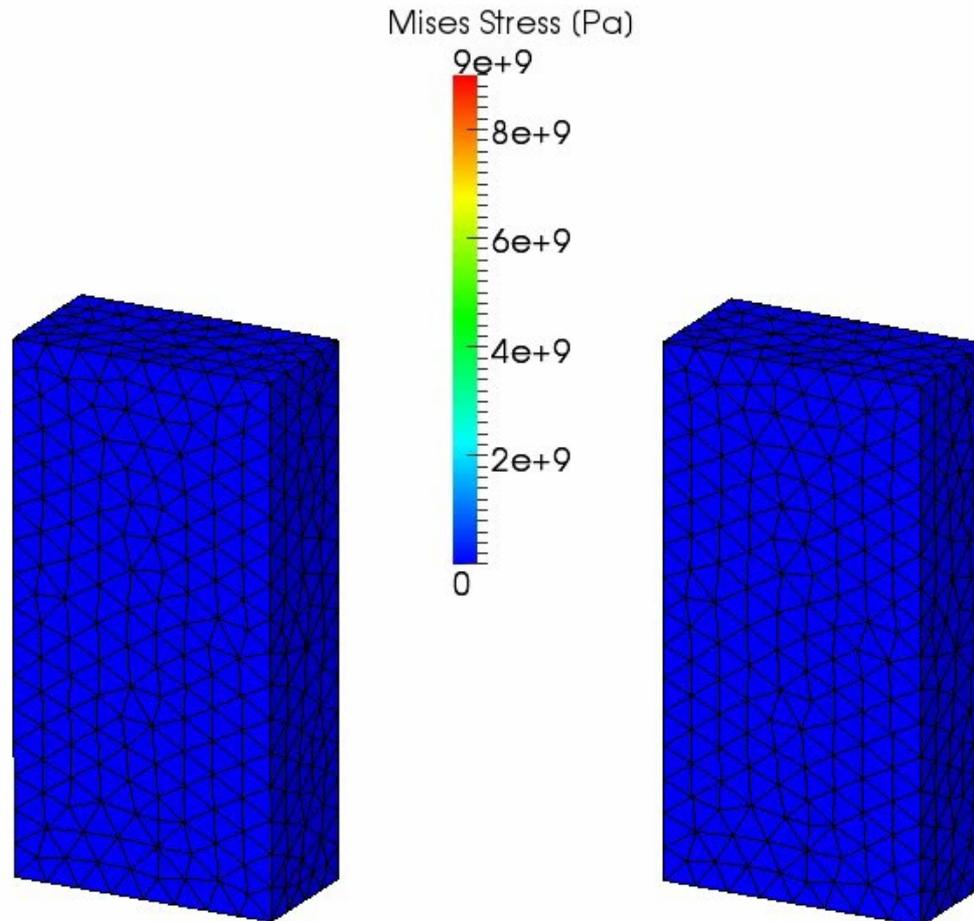
超弾性体のねじり引張り

独自改良版
selective
FS/NS-FEM

メッシュ
リゾーニング
あり

独自改良版
selective
FS/NS-FEM

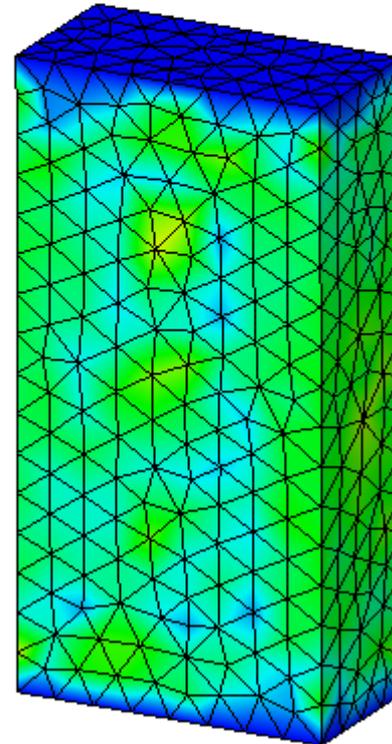
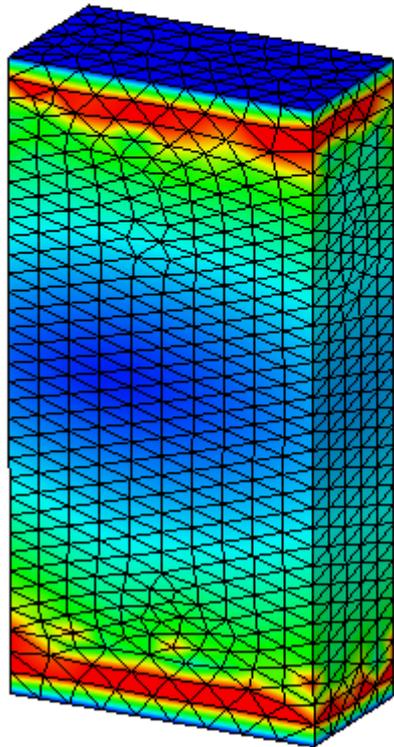
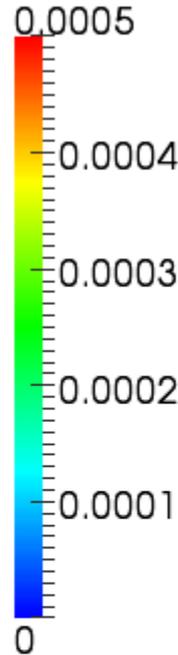
メッシュ
リゾーニング
なし



超弾性体のねじり引張り

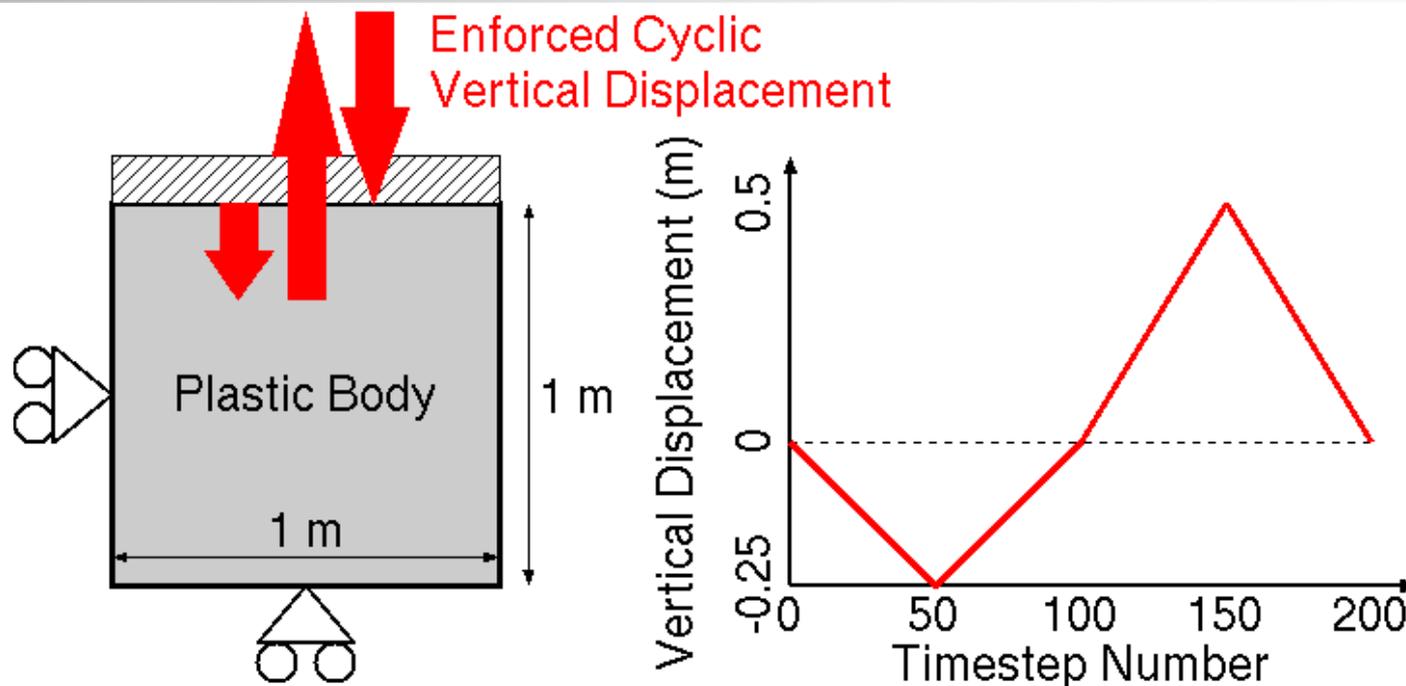
最終状態の残留変位

Displacement Magnitude (m)



多数回
メッシュ
リゾーニング
を行っても
正確に
元の位置に
戻っている。

弾塑性体の繰返し変形



- 平面ひずみ, 静的, 1 m x 1 mの正方領域
- 左辺を左右拘束, 下辺を上下拘束
- 上辺を左右拘束 & 上下に繰返し強制変位
- 独自改良版selective ES/NS-FEMで三角形要素を使用
- 10時間ステップ毎にメッシュリゾーニング

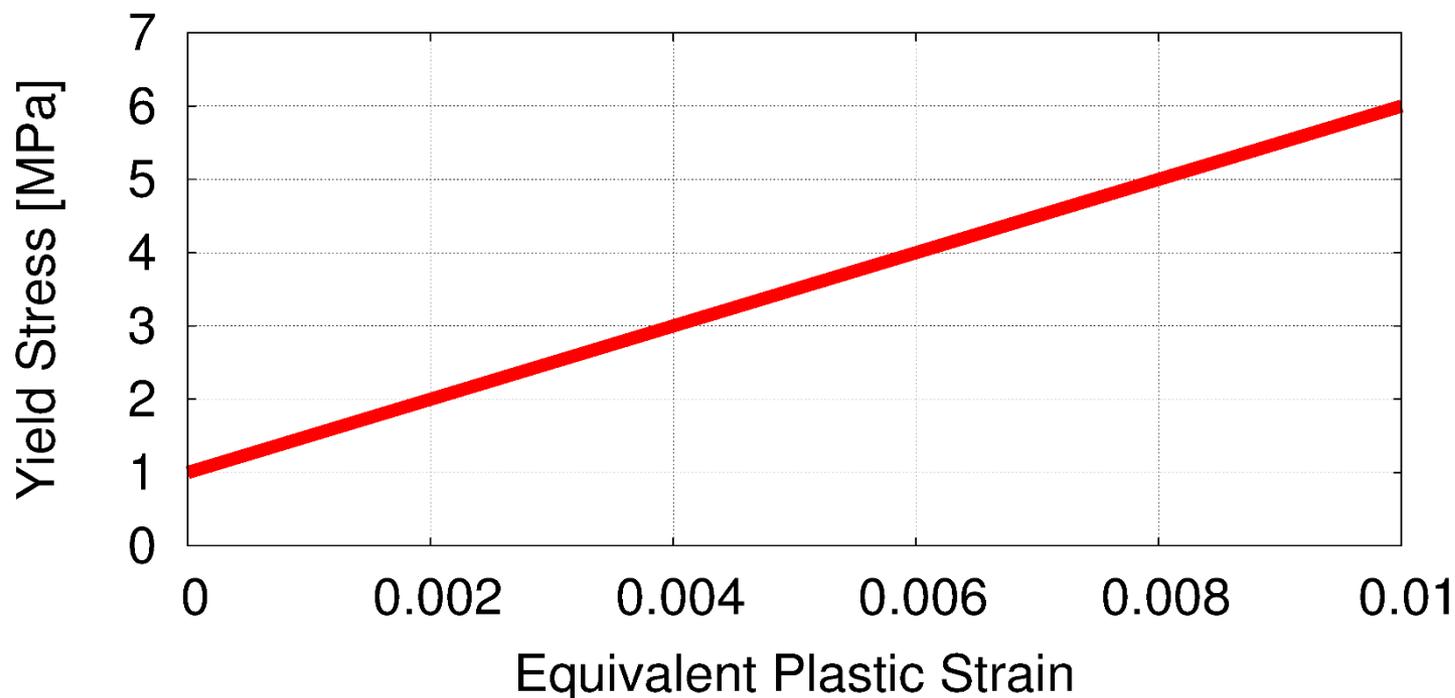
弾塑性体の繰返し変形

■ 弾塑性材料モデル:

Hencky弾塑性体モデル ($T = C : h_{el}/J$)

+ von Mises降伏条件 + 等方硬化則

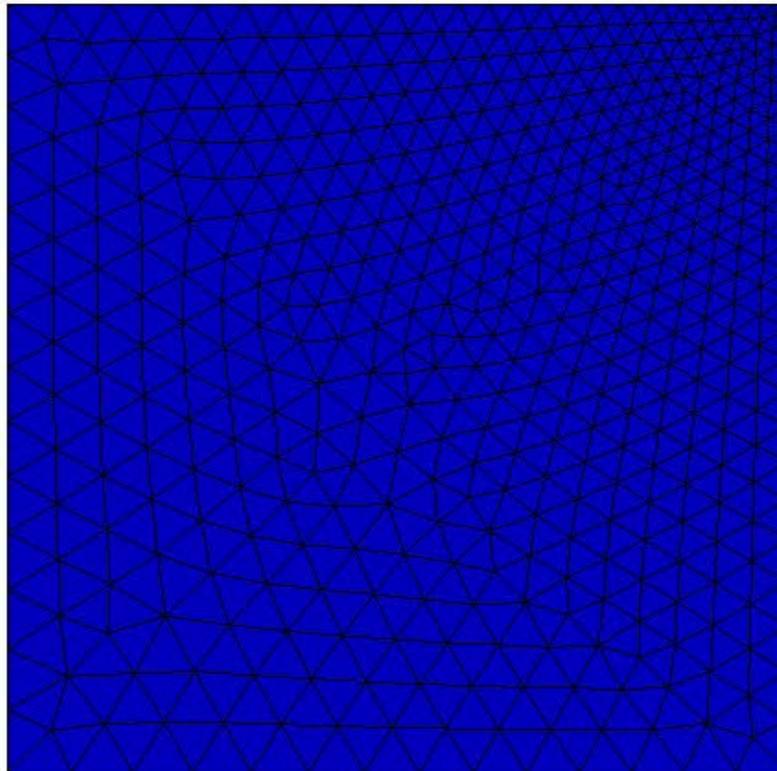
- ヤング率: 1 GPa, ポアソン比: 0.3
- 降伏応力: 1 MPa, 塑性係数: 0.5 GPa



弾塑性体の繰返し変形

相当塑性
ひずみ分布

Equivalent Plastic Strain



多数回の
メッシュ
リゾーニング
でも
滑らかに変形

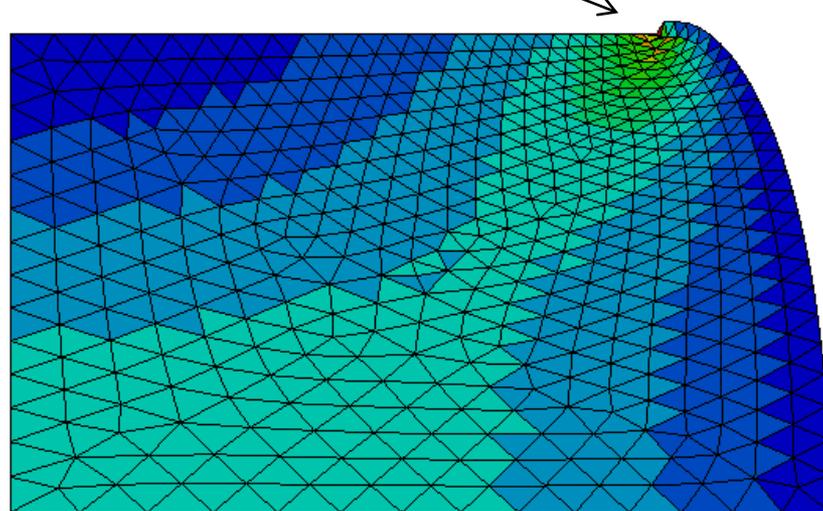
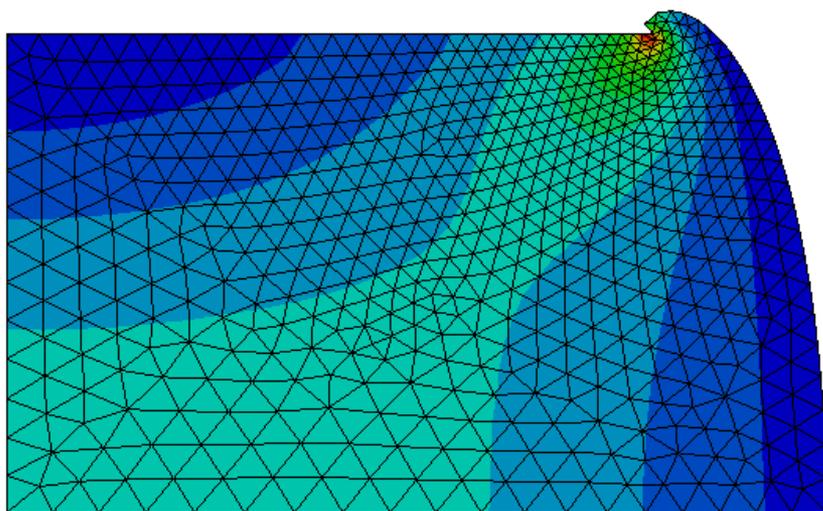


弾塑性体の繰返し変形

Equivalent Plastic Strain



凹部を良く見ると、
チェッカーボード＆固い
⇒ロッキングしている



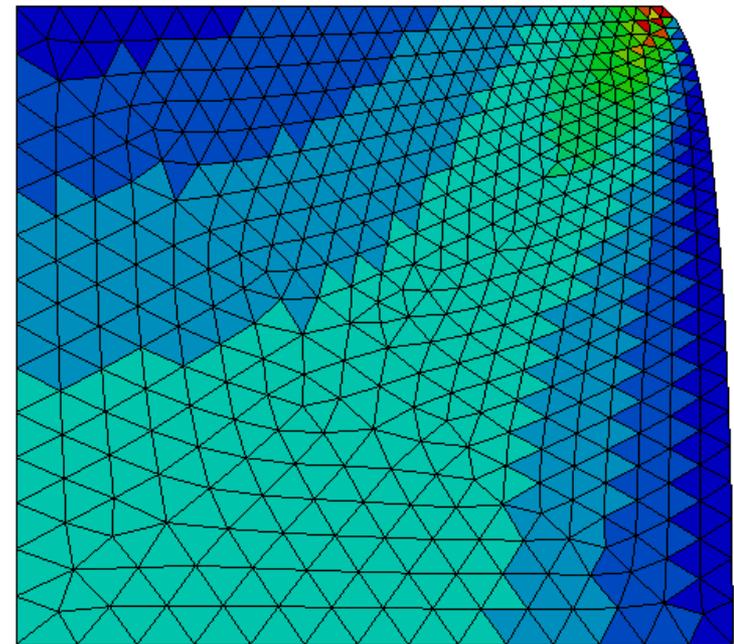
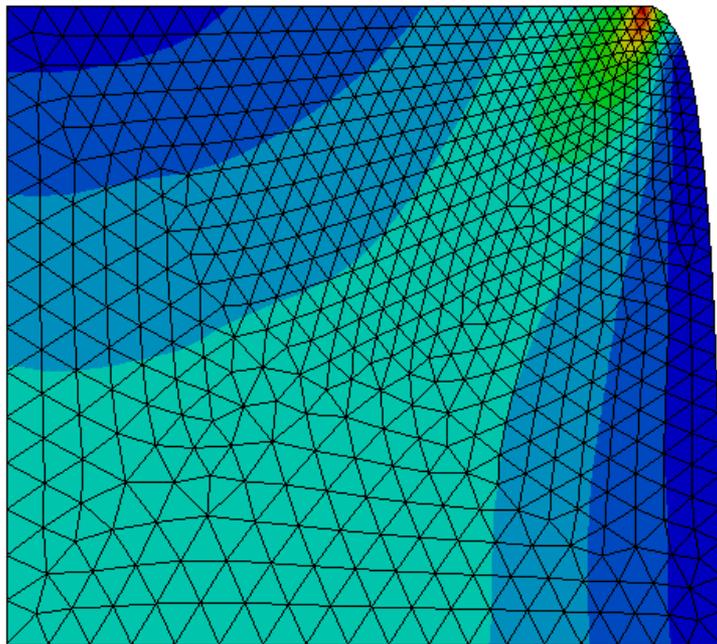
提案手法 (リゾーニング有り)

標準手法 (リゾーニング無し)

Timestep: 50

弾塑性体の繰返し変形

Equivalent Plastic Strain



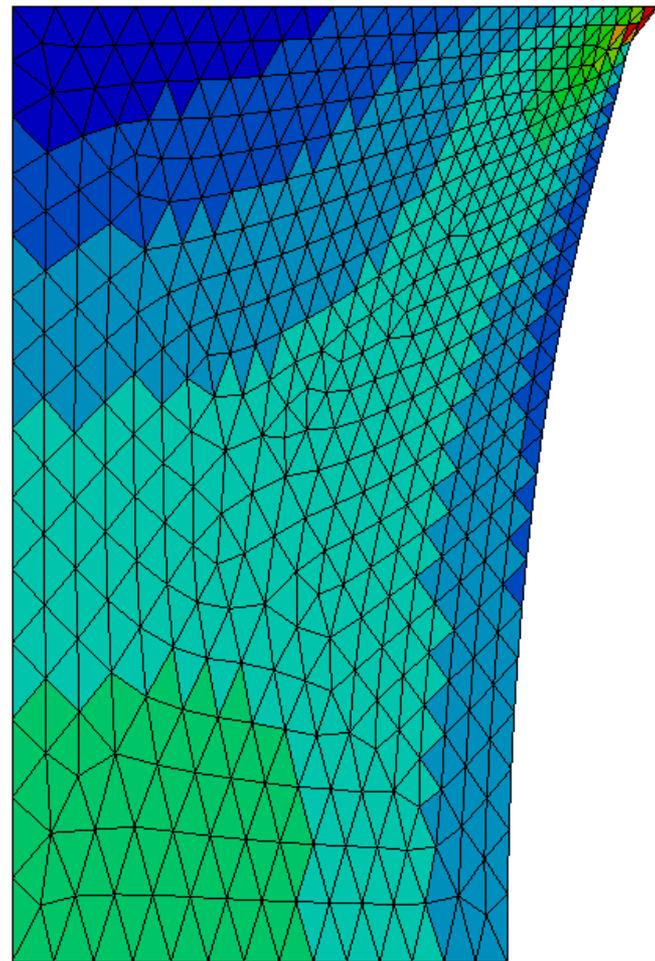
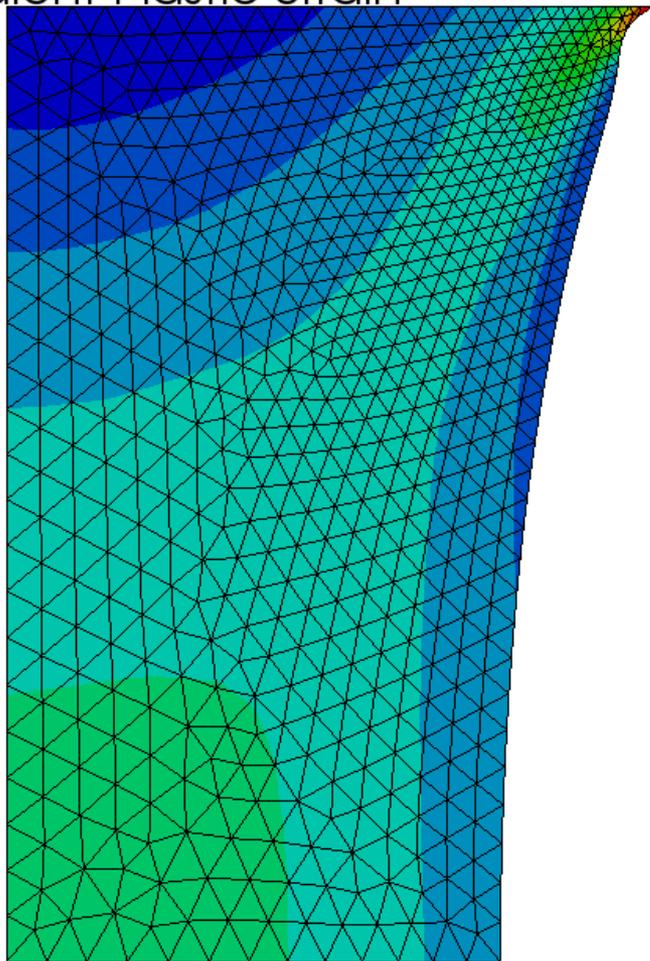
提案手法 (リゾーニング有り)

標準手法 (リゾーニング無し)

Timestep: 100

弾塑性体の繰返し変形

Equivalent Plastic Strain



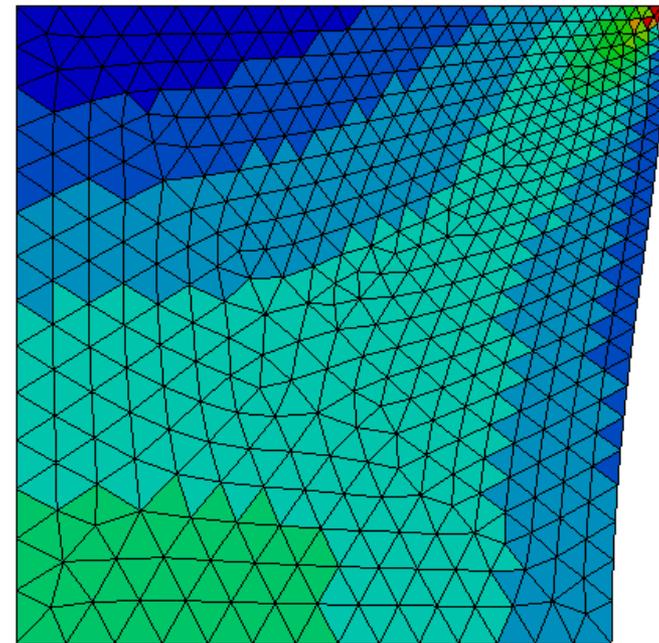
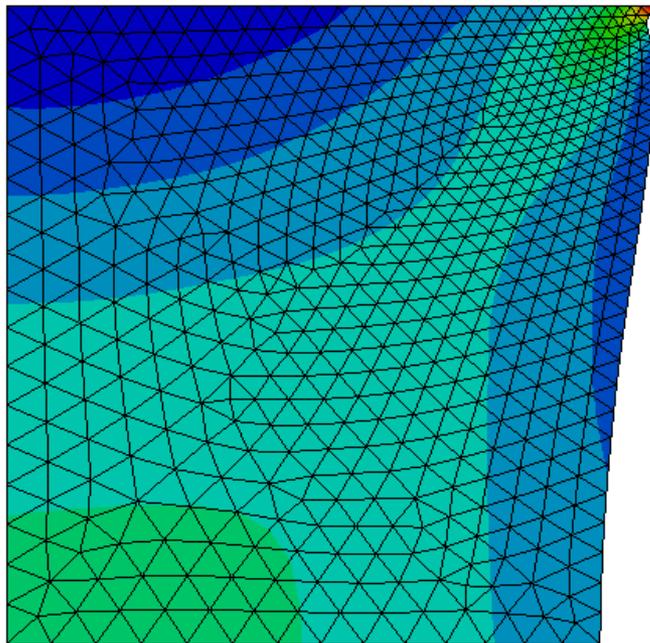
提案手法 (リゾーニング有り)

標準手法 (リゾーニング無し)

Timestep: 150

弾塑性体の繰返し変形

Equivalent Plastic Strain

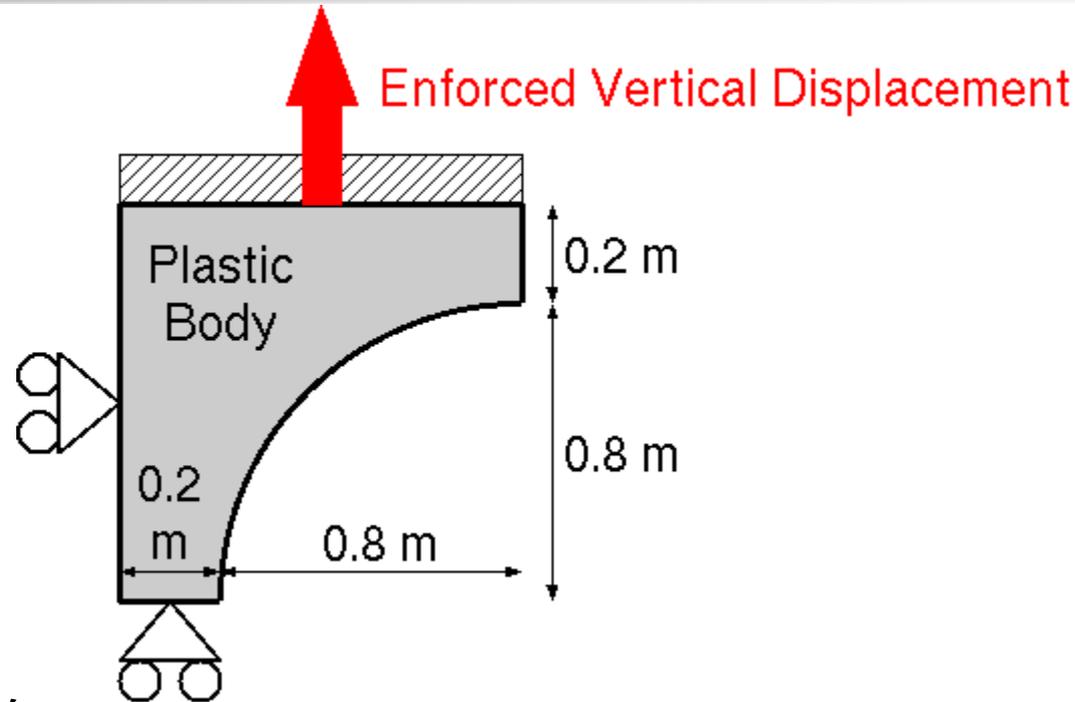


提案手法 (リゾーニング有り)

標準手法 (リゾーニング無し)

Timestep: 200

弾塑性体のネッキング



- 平面ひずみ, 静的, 引張試験片の1/4領域
- 左辺を左右拘束, 下辺を上下拘束
- 上辺を左右拘束 & 上方向に強制変位
- 独自改良版selective ES/NS-FEMで三角形要素を使用
- 0.05 m変位毎にメッシュリゾーニング

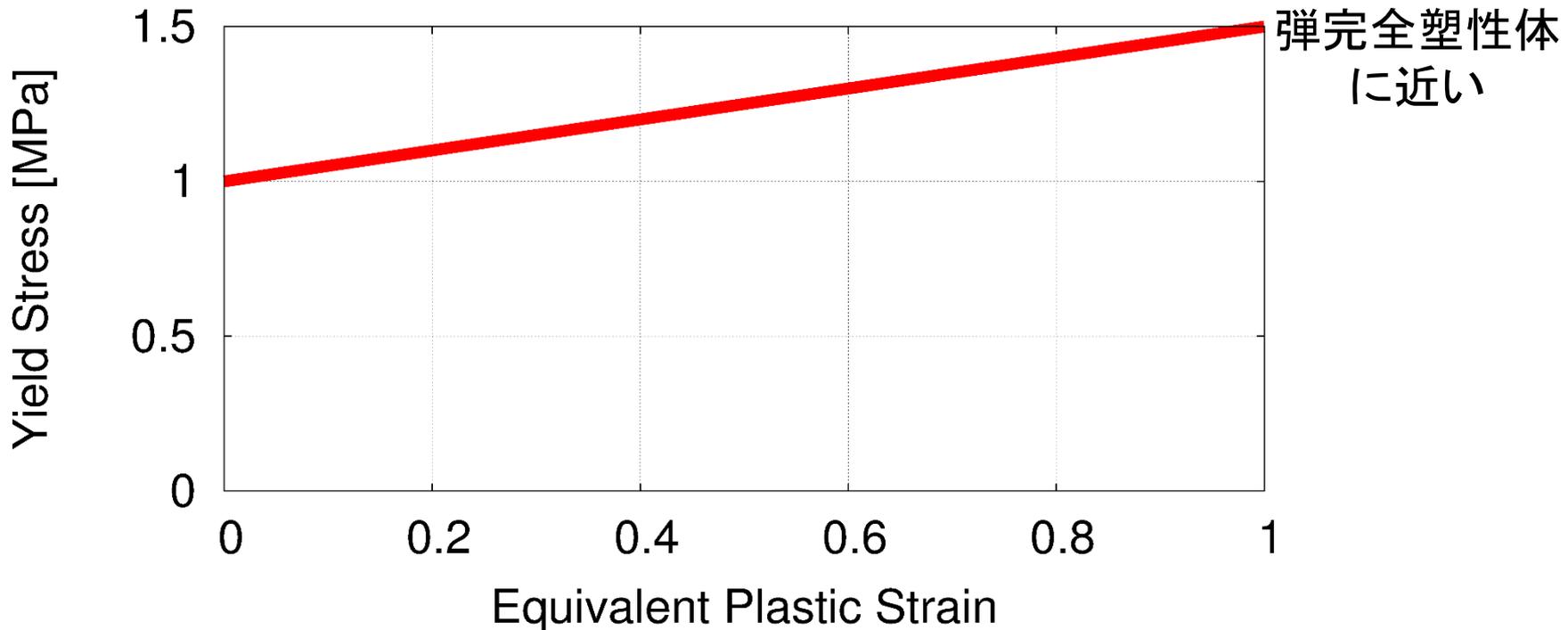
弾塑性体のネッキング

■ 弾塑性材料モデル:

Hencky弾塑性体モデル ($T = C : h_{el}/J$)

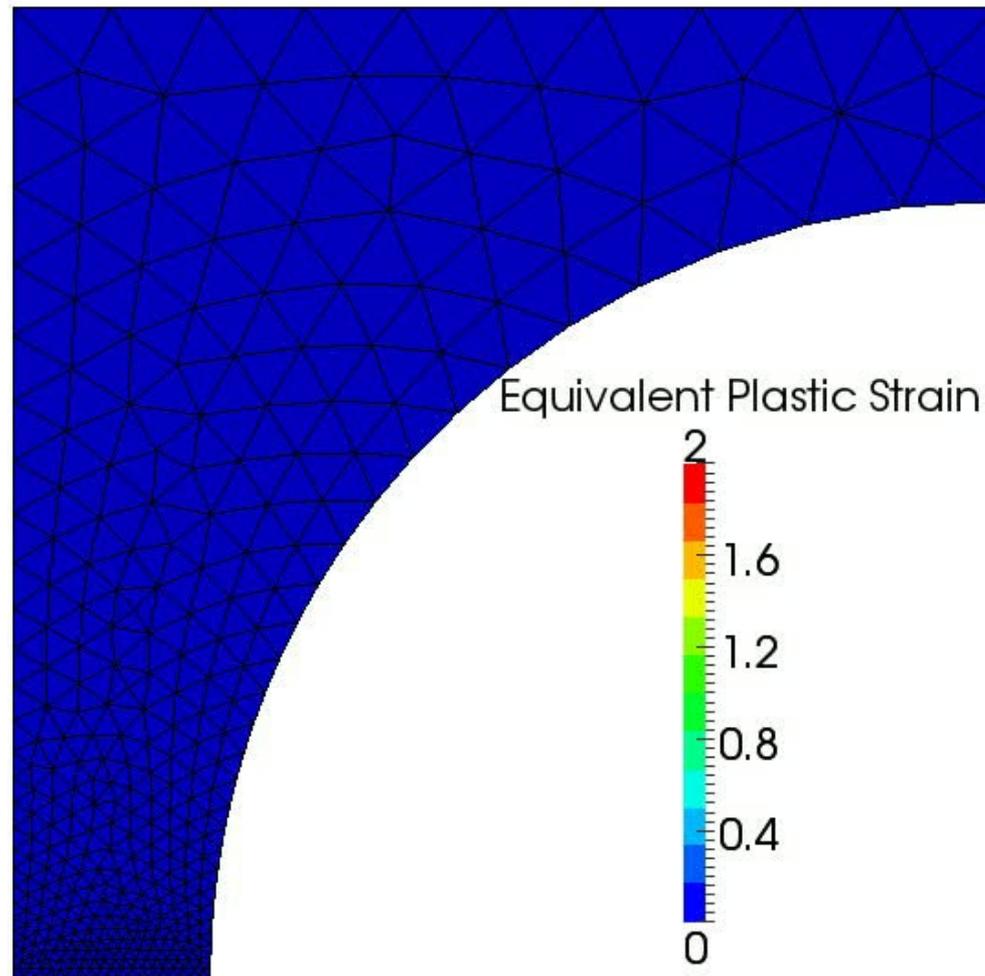
+ von Mises降伏条件 + 等方硬化則

- ヤング率: 1 GPa, ポアソン比: 0.3
- 降伏応力: 1 MPa, 塑性係数: 0.5 MPa



弾塑性体のネッキング

相当塑性
ひずみ分布



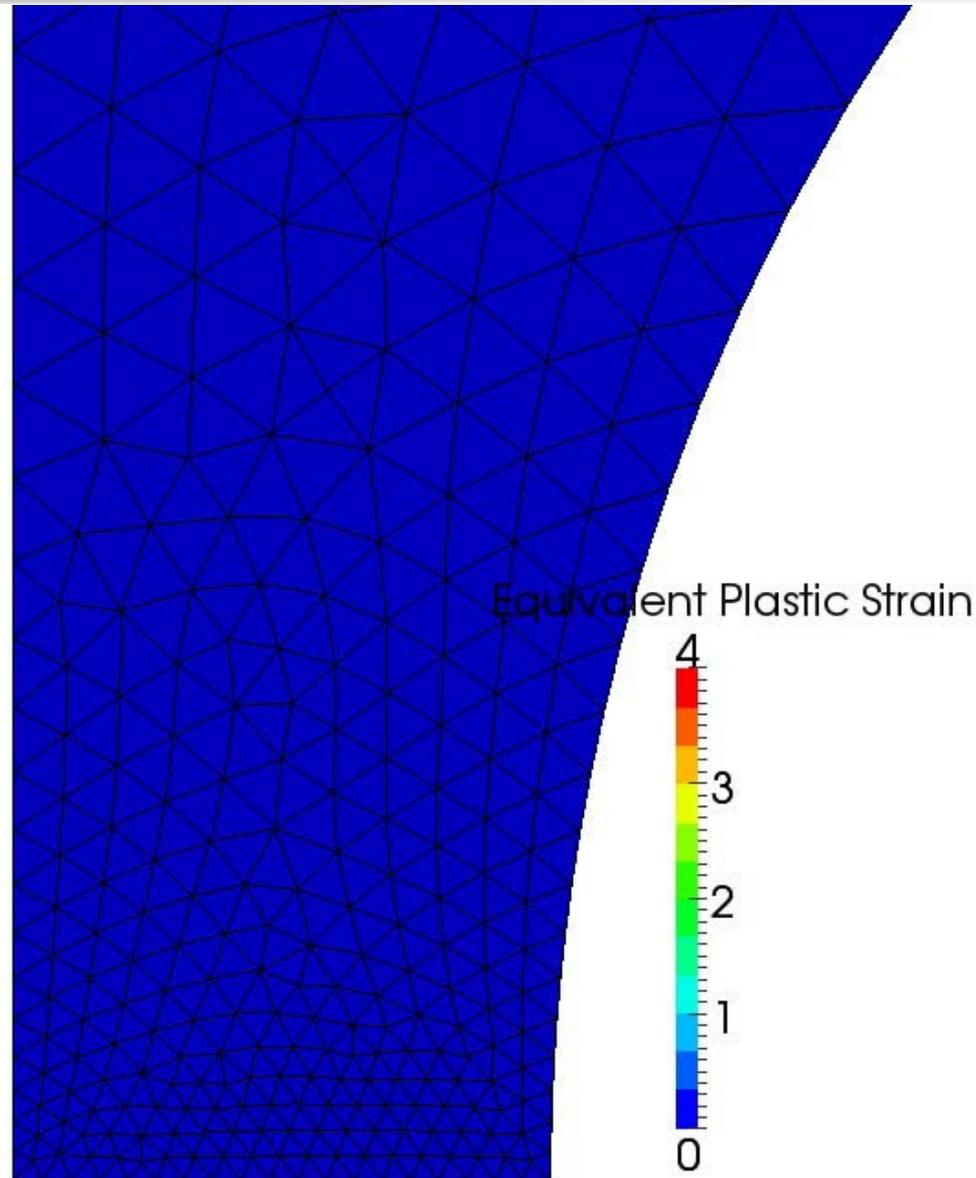
多数回の
リゾーニング
を経て**妥当な
ネッキング**を
示している。

ただし、
リメッシュの
粗密制御が
お粗末...



弾塑性体のネッキング

相当塑性
ひずみ分布
拡大図



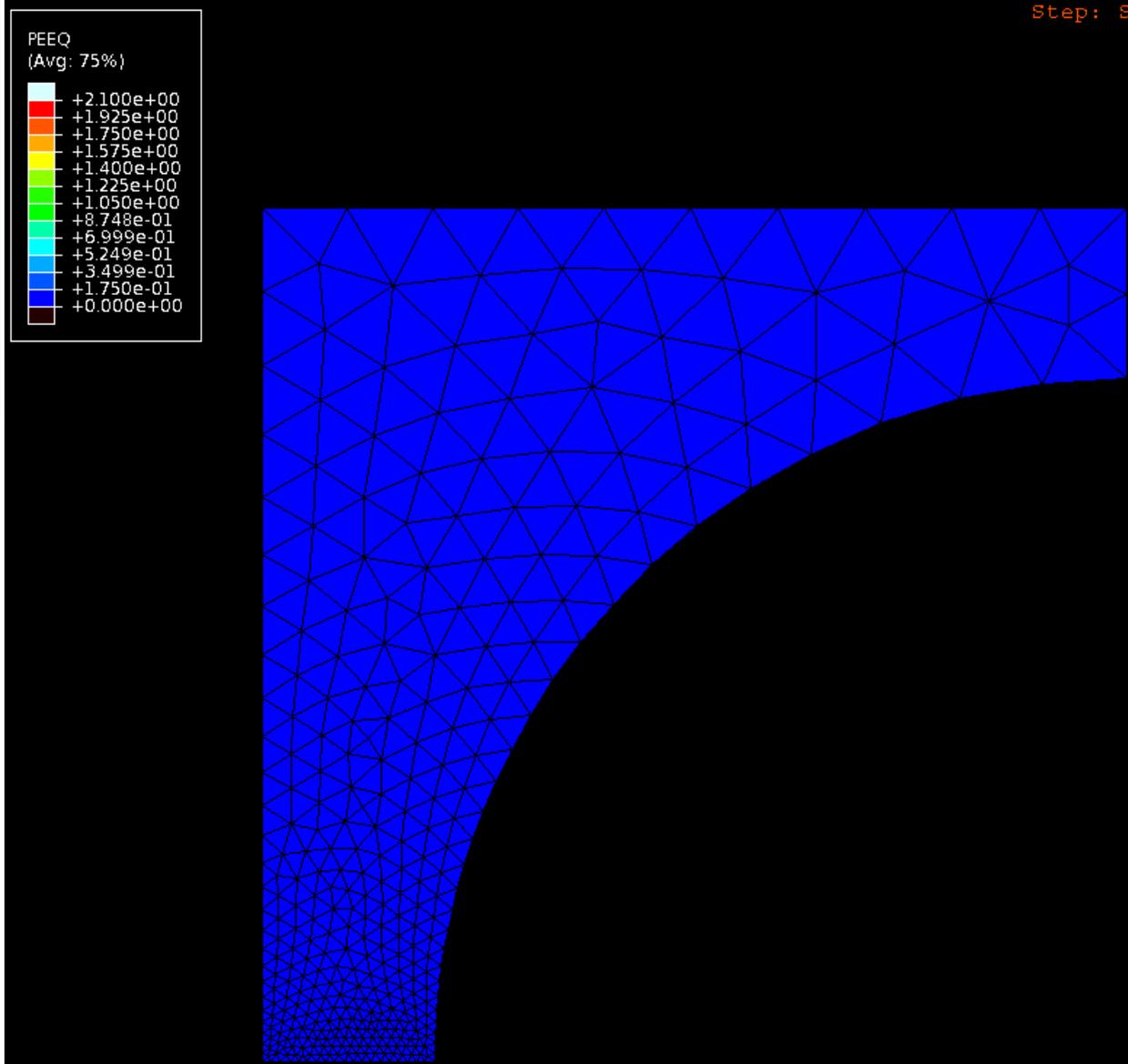
多数回の
リゾーニング
を経て**妥当な
ネッキング**を
示している。

ただし、
リメッシュの
粗密制御が
お粗末...



弾塑性体のネッキング

ABAQUS
/Standard
を使用した
解析の
相当塑性
ひずみ
分布



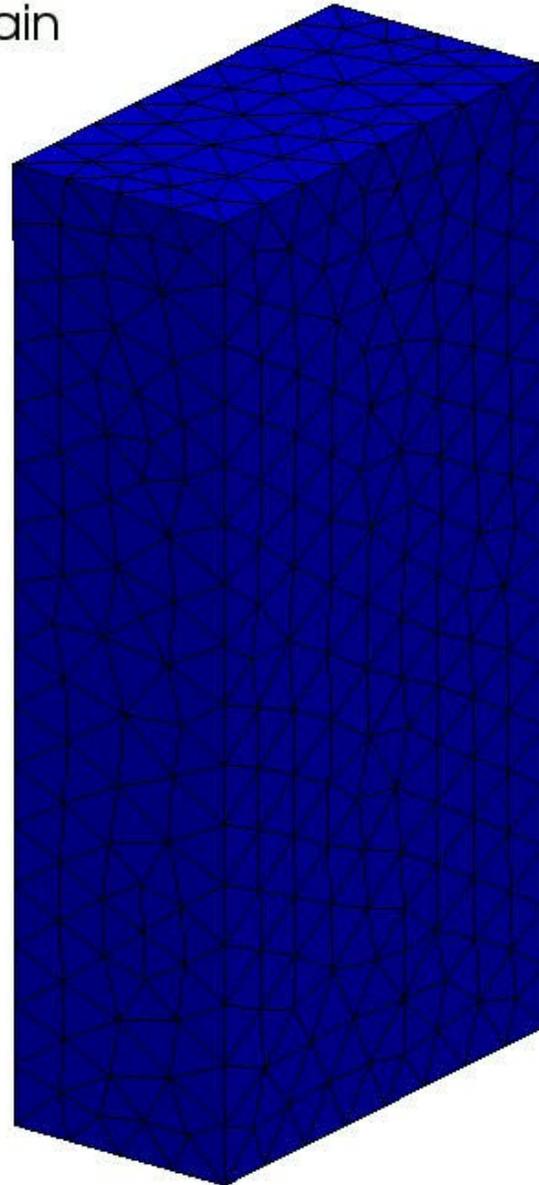
変形挙動が
おかしい。

- リゾーニング
していない
- 三角形一次
要素なので
ロッキング
している
- トランスが
大き過ぎる



弾塑性体のねじり

Equivalent Plastic Strain



- 静的, 3次元
- 1 m x 2 m x 4 mの弾塑性体
(塑性係数: 0.5 GPa)
- 下面を完全拘束
- 上面を360度ねじってまた元の位置に戻す
- 独自改良版selective FS/NS-FEMで四面体要素を使用
- 45度ねじり毎にメッシュリゾーニング



まとめ

まとめ & 今後の予定

■まとめ

- 独自改良版selective S-FEMにより、任意の材料モデルおよび三角形要素・四面体要素を用いてもロッキングを起こさない大変形メッシュリゾーニング法を提案した。
- selective S-FEMは、混合法の様に厳密な非圧縮を扱えない代わりに、混合法より実装が楽である。

■今後の予定

- 応力や歪みの勾配に基づくリメッシングの粗密制御。
- 接触機能の追加。
- 亀裂進展解析への適用。

