

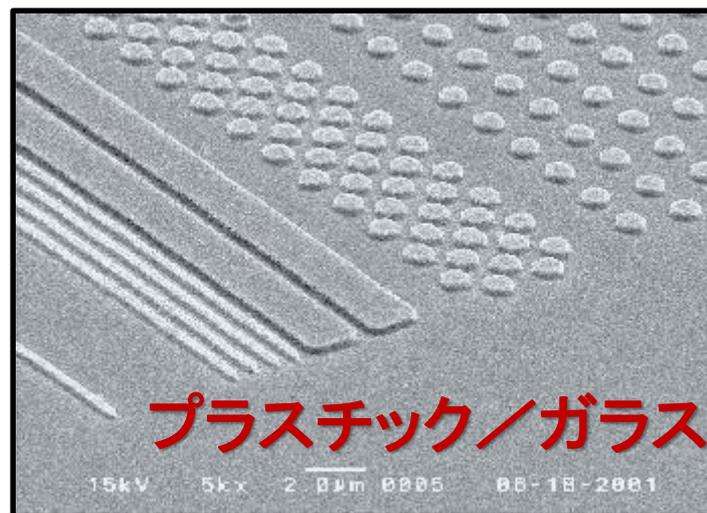
10節点四面体要素を用いた 平滑化有限要素法の 汎用有限要素ソフトへの実装

東京工業大学
工学院 システム制御系
大西 有希

研究背景

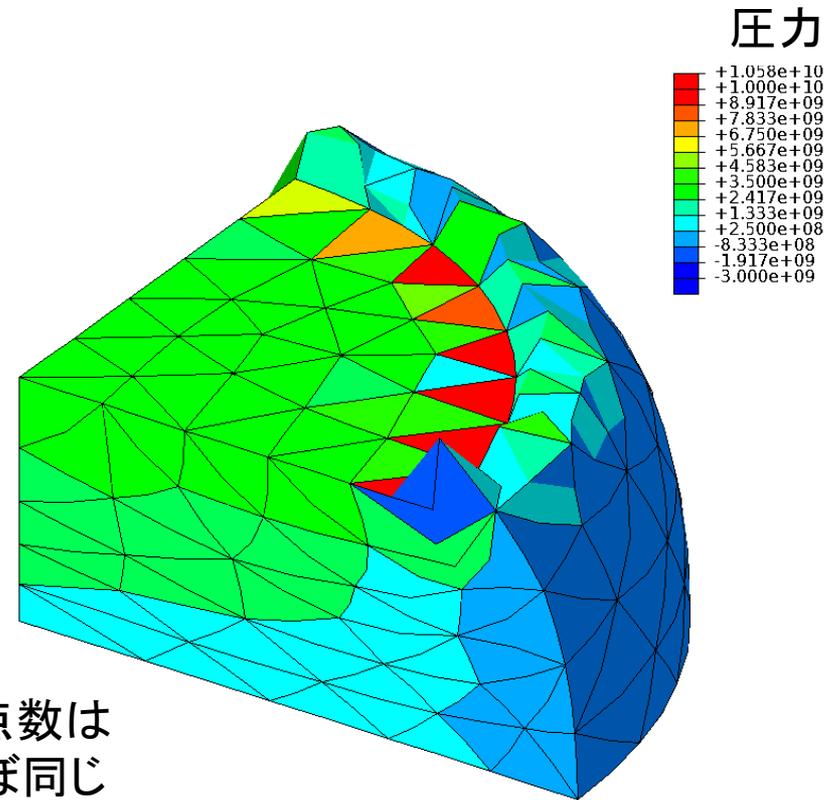
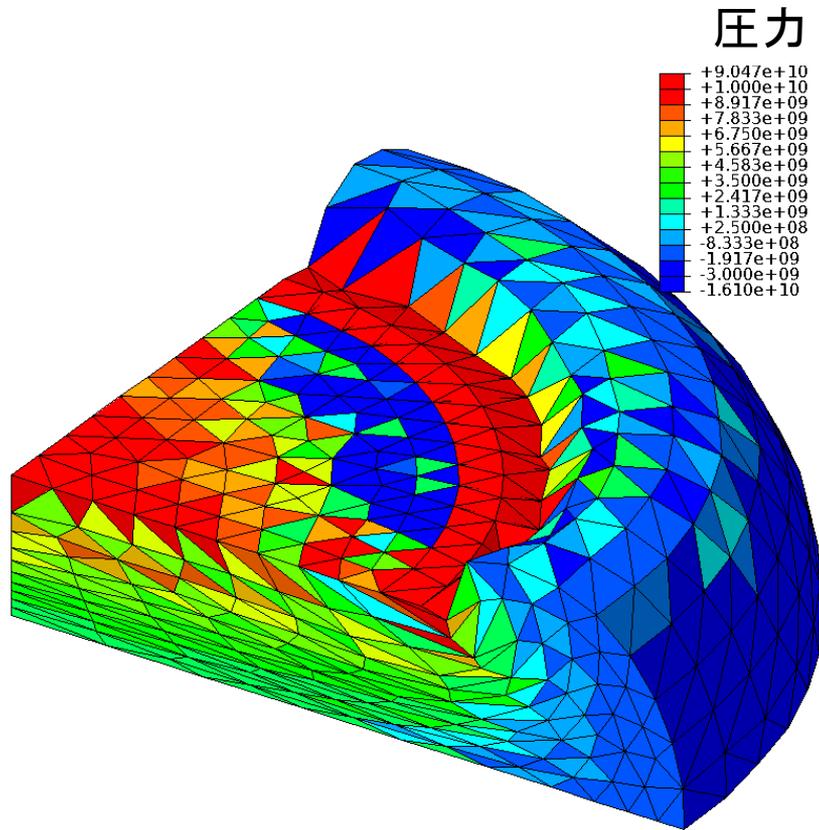
実現したい内容:

- 「超」大変形問題を高精度かつロバストに解きたい。
- 複雑形状を四面体で解きたい。
- 微圧縮性が現れる材料も解きたい。
- 自動リメッシングも実現したい。
- 接触も扱いたい。



既存手法の問題点

四面体解析例) 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$



節点数は
ほぼ同じ

四面体1次ハイブリッド要素(C3D4H)

- ✓ 体積ロッキングなし.
- ✗ 圧力振動(チェッカーボード)あり.
- ✗ せん断/コーナーロッキングあり.

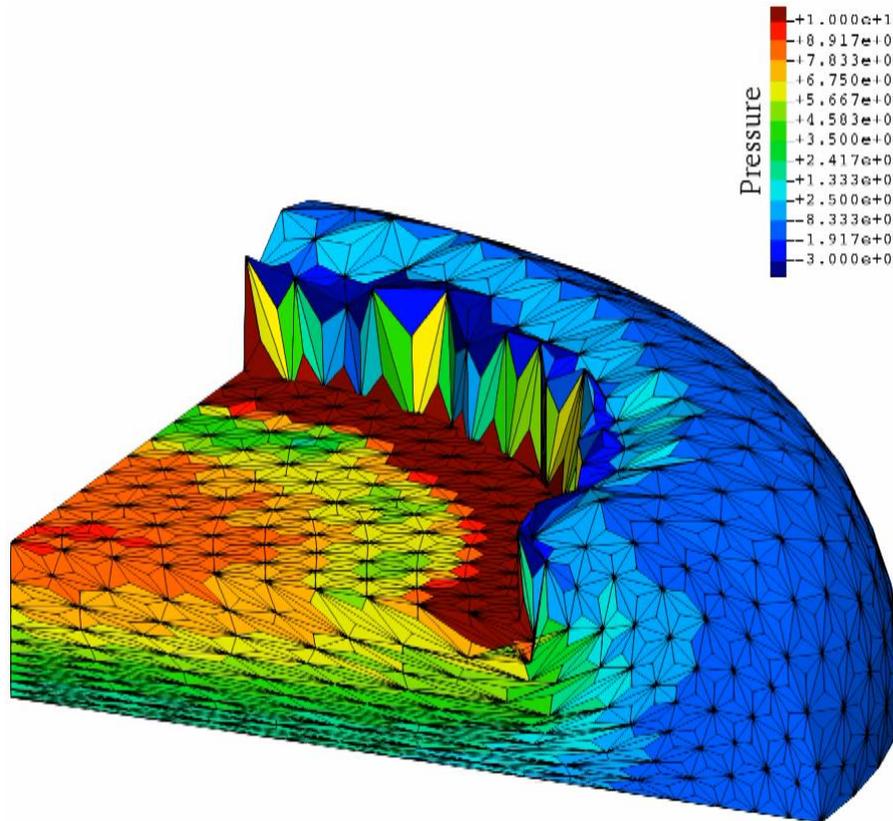
四面体2次修正ハイブリッド要素(C3D10MH)

- ✓ せん断/体積ロッキングなし.
- ✗ 内挿の精度低下あり.
- ✗ 大変形で早期の収束困難あり.

我々の従来手法(S-FEM-T4)

四面体解析例) 材料: neo-Hookean 超弾性体, $\nu_{ini} = 0.49$

メッシュは
先程のC3D4H
と同じ.



※注※
「S-FEM-T4」は
4節点四面体平滑化
有限要素法の意
(詳細は後述).

F-bar ES-FEM-T4 (S-FEM-T4の一種)

- ✓ せん断・体積ロッキングなし.
- ✓ 圧力振動は充分小さい.
- ✓ コーナーロッキングも充分小さい.

【問題点】
四面体ES-FEM
は高精度ではあ
るものの、汎用
FEMコードに実
装できない.

研究目的

10節点四面体(T10)要素を用いた
高精度かつ安定なS-FEMを提案し
汎用FEMコードに実装する。

発表目次:

- S-FEMのおさらい
- 提案手法の定式化概要
- 解析例(内製コードを使用)
- **ABAQUSへの実装**
- まとめ



S-FEMのおさらい

Smoothed Finite Element Method (S-FEM)とは？

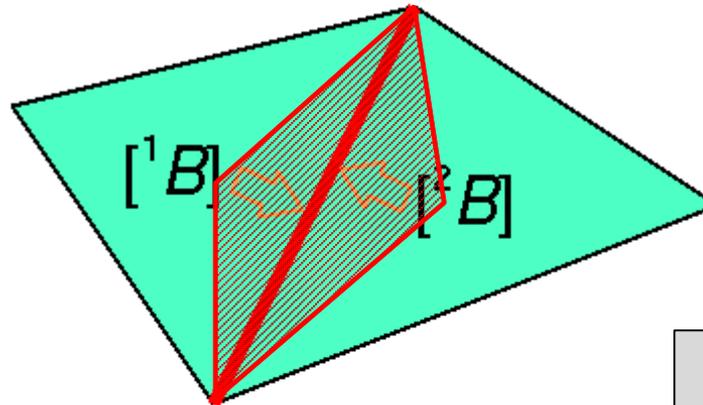
- G. R. Liuらが2007年に提案した新しいFEMの定式化.
- ひずみ平滑化(Strain Smoothing)手法の一種.
- 基本的なS-FEM定式化には次の4タイプがある.
 1. ノード(節点)で平滑化するタイプ (NS-FEM)
 2. エッジ(要素辺)で平滑化するタイプ (ES-FEM)
 3. フェイス(要素面)で平滑化するタイプ (FS-FEM)
 4. セル(要素内)で平滑化する (CS-FEM)
- 上記をSelective法やF-bar法などで組み合わせれば無数に定式化のバリエーションが存在する.

時間の都合, 2次元三角形要素を用いた「ES-FEM」のみ解説します.

ES-FEMの定式化概要

- 要素の $[B]$ を通常のFEMと同様に計算する.
- 要素の $[B]$ を周囲の**エッジ**に要素体積を重みとして配り,
エッジで平均化して $[^{\text{Edge}}B]$ を作る.
- **エッジ**の平滑化領域の量として歪み, 応力, 節点内力を計算する.

積分点が
各エッジ中心に
あるイメージ



$[^{\text{Edge}}B]$

Edge T

$\{f^{\text{int}}\}$

ES-FEM

体積ロッキングや
圧力振動を抑える
ことは出来ないが,
**四面体要素で
せん断ロッキングを
回避できる.**

一般的なS-FEMの課題

セル(要素内)でひずみ平滑化を行うCS-FEMを除き、
汎用FEMコードに実装できない。

- ∴ ノード, エッジ, フェイスでひずみ平滑化を行うと, 要素の境界をまたいだ(複数の要素を使った)計算が必要となり, 要素として完結しないから.

加えて, 4節点四面体(T4)要素はひずみが要素内一定なので, これ以上要素内でひずみを平滑化できない。



【本研究の提案】

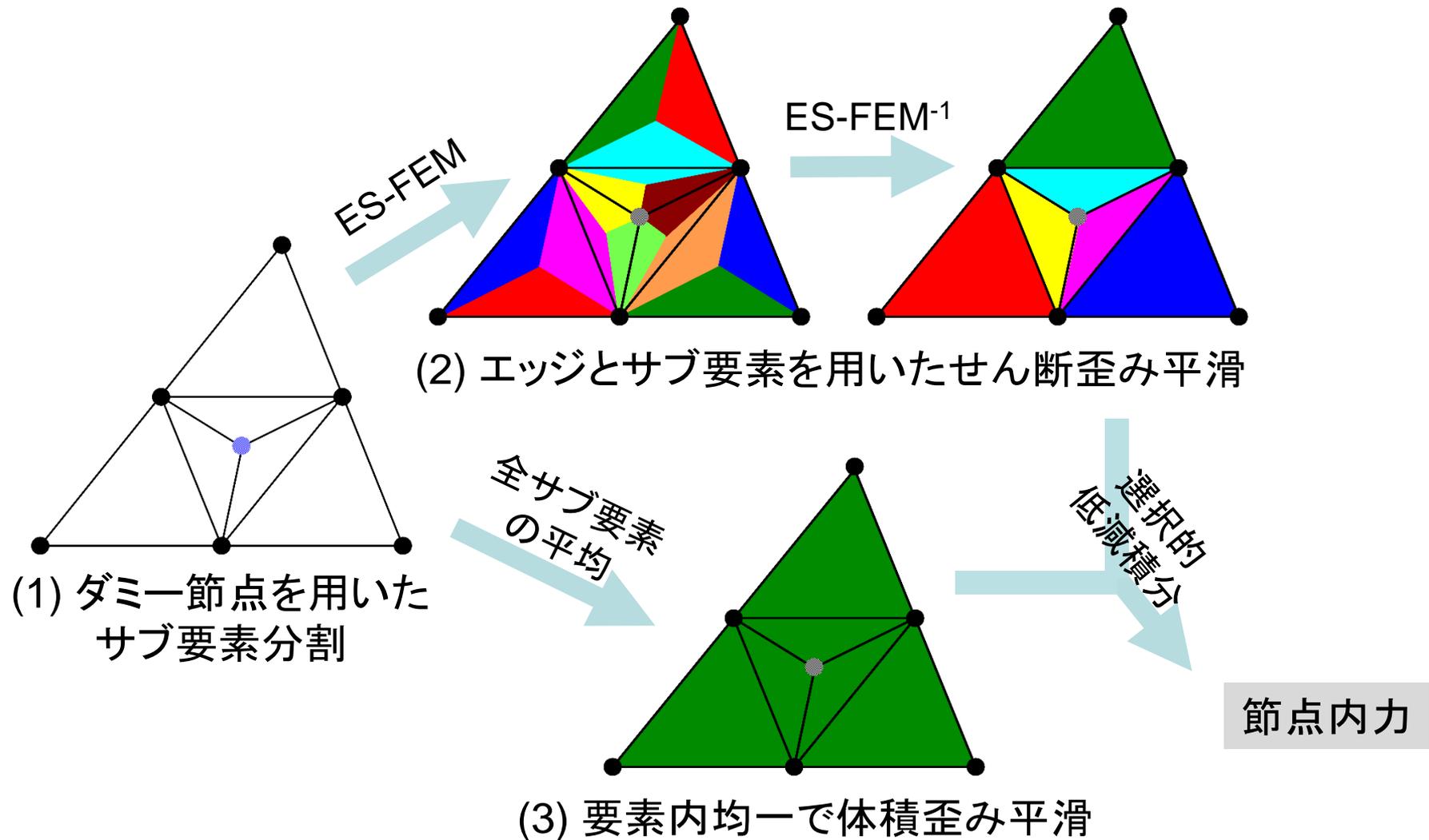
10節点四面体(T10)要素ならCS-FEMを適用できるので, 汎用FEMコードにも実装できる。



提案手法の定式化概要

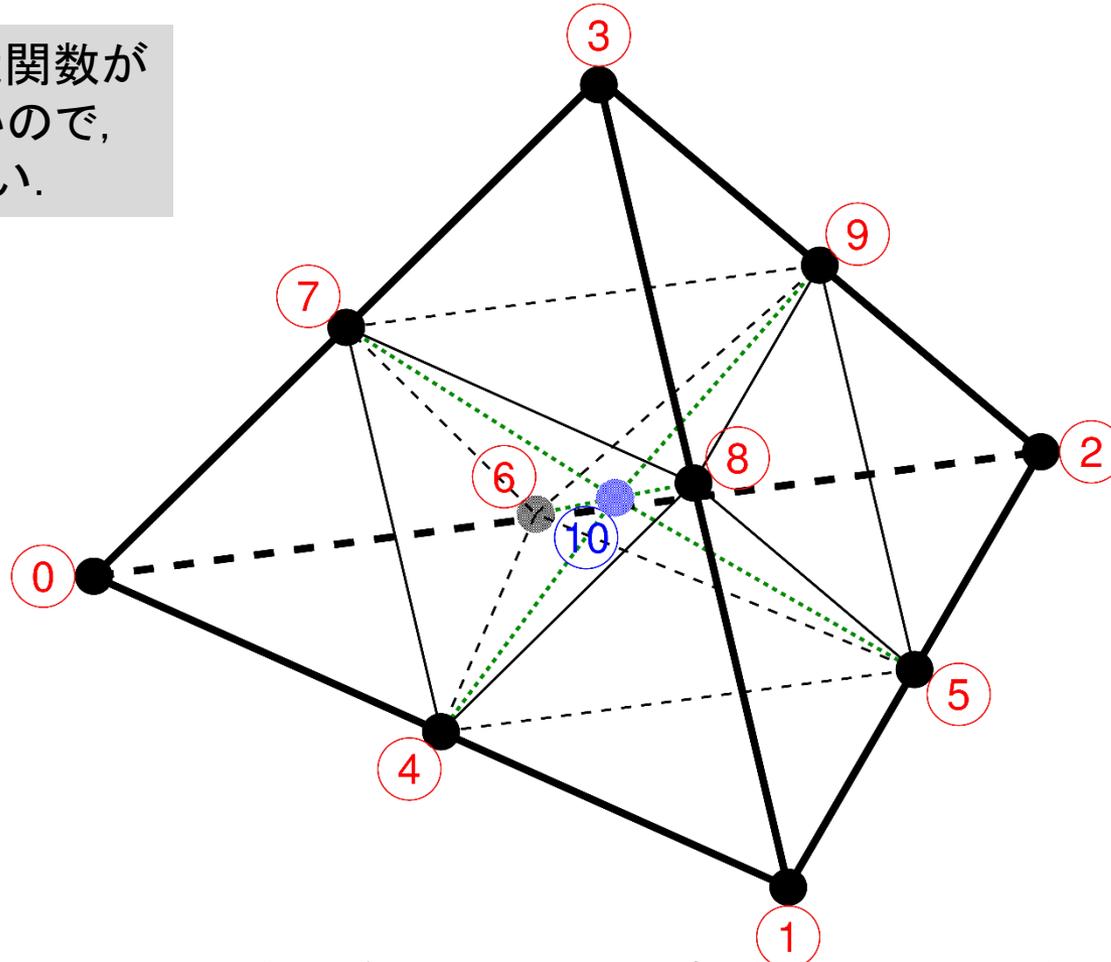
提案手法の定式化の流れ

(簡単のため, 6節点三角形要素で説明)



(1) T10要素のT4サブ要素への分割

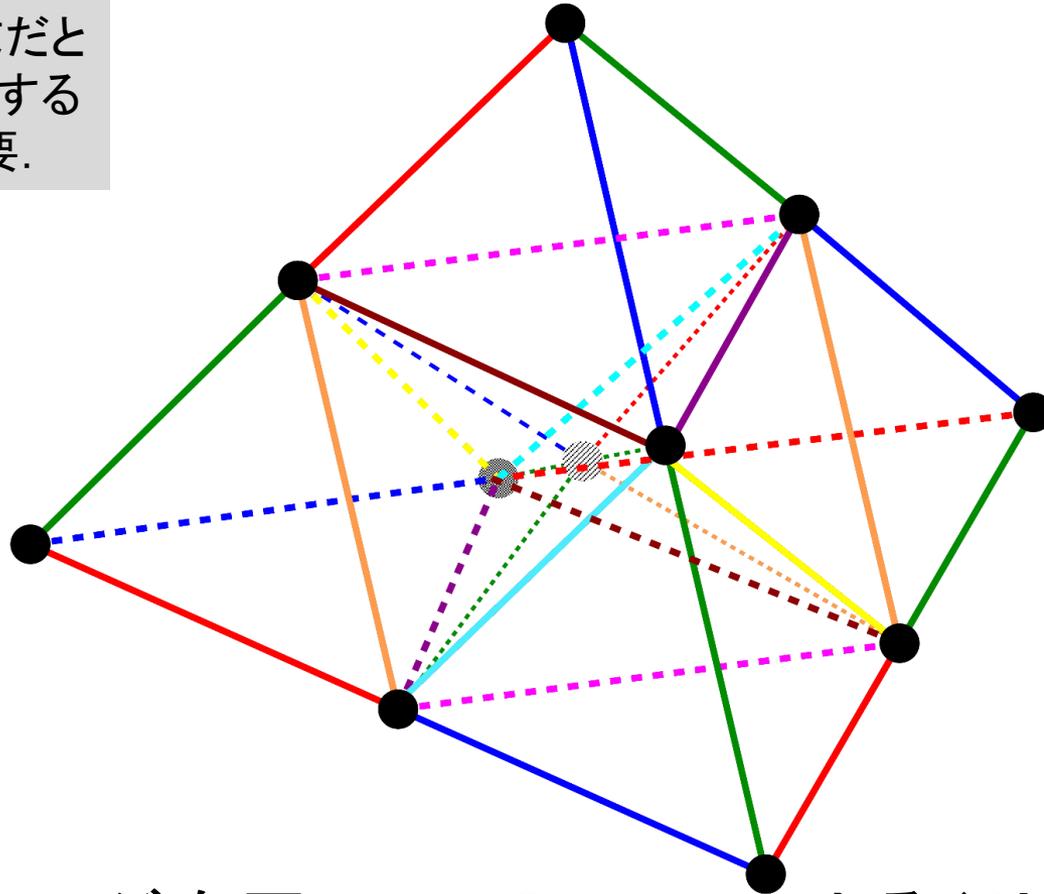
大変形では形状関数が線形の方が良いので、要素を分割したい。



- **ダミー節点(10)**を6個の中間節点の平均位置に置く。
- T10要素を12個のT4サブ要素に分割し、歪みを求める。

(2) 要素内歪み平滑(せん断成分)

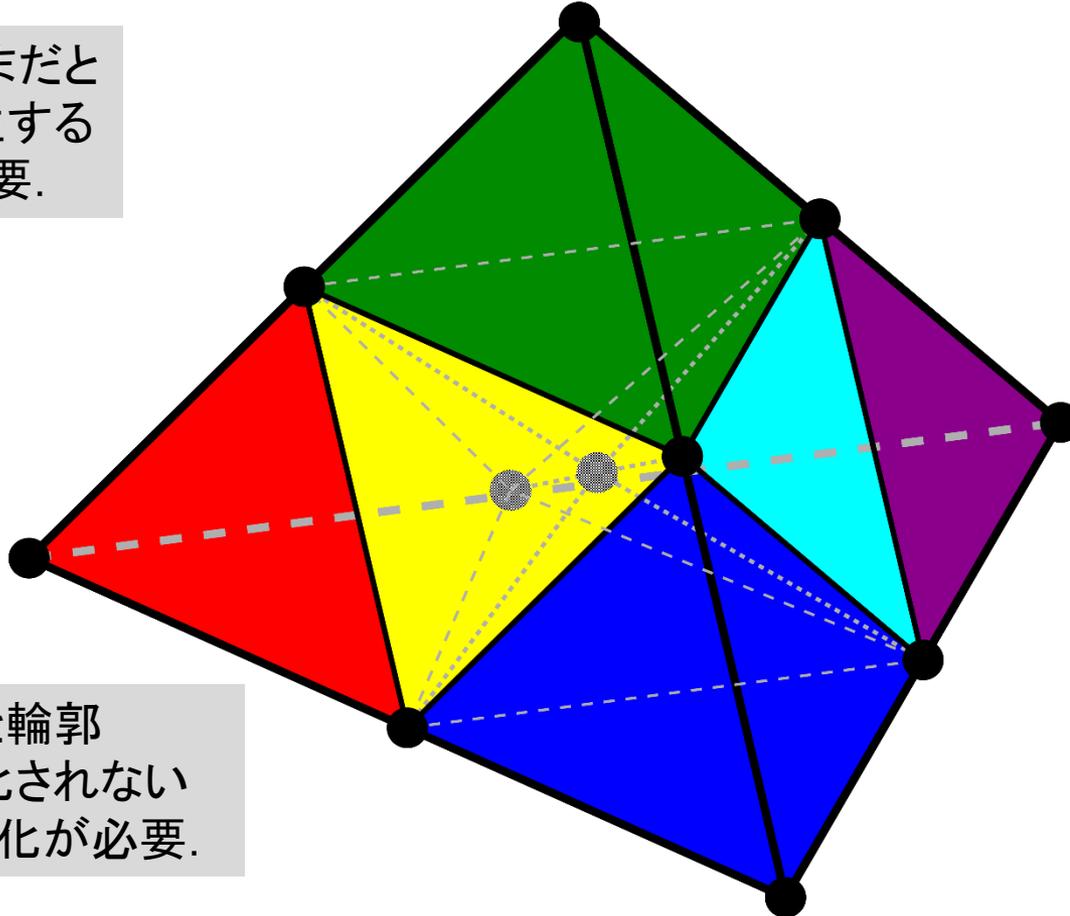
サブ要素そのままと
ロックンクが発生する
ので平滑化が必要.



- 30本のエッジを用い, ES-FEMによる(サブ要素→エッジの方向で)歪み平滑を実施. 続けて...

(2) 要素内歪み平滑(せん断成分)

サブ要素そのままと
ロッキングが発生する
ので平滑化が必要.

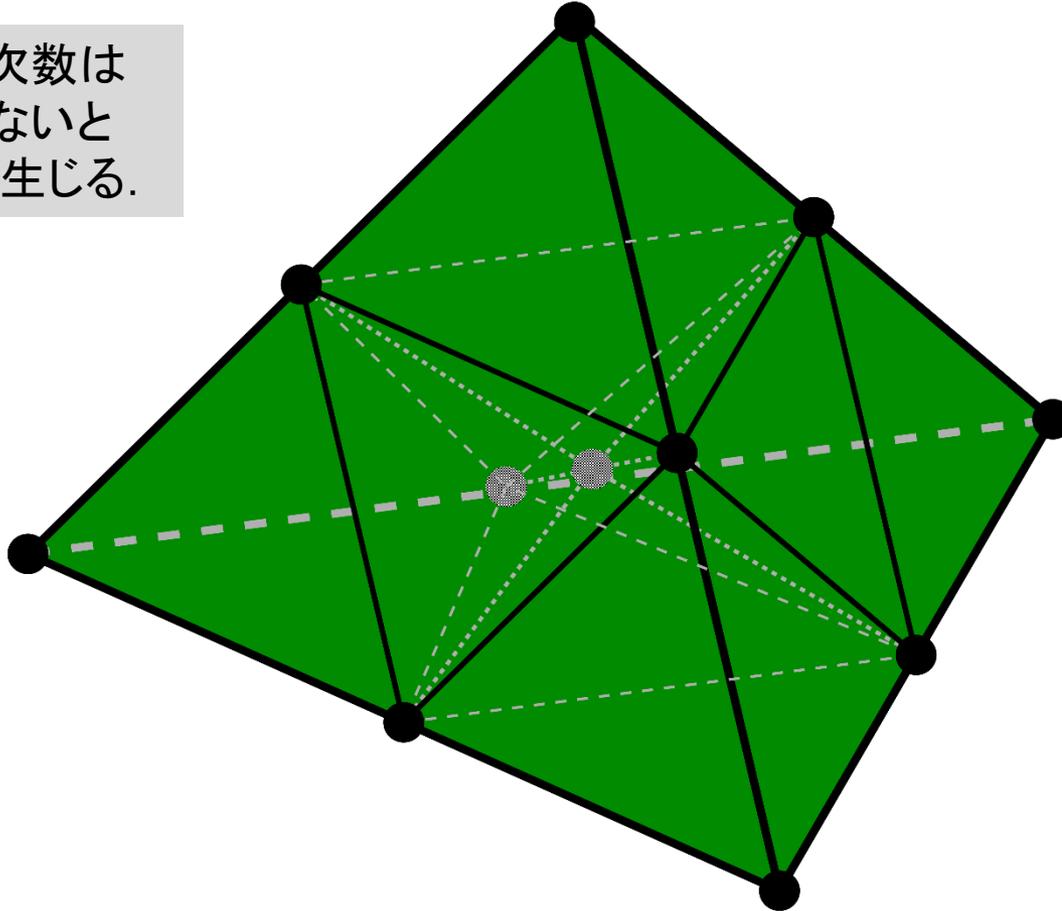


ES-FEMだけだと輪郭
のエッジが平滑化されない
のでもう1回平滑化が必要.

- 30本のエッジを用い, ES-FEMによる(サブ要素→エッジの方向で)歪み平滑を実施. 続けて...
- 逆手順で(エッジ→サブ要素の方向で)歪み平滑を実施.

(3) 要素内歪み平滑(体積歪み成分)

体積歪みの空間次数はせん断より落とさないと体積ロッキングが生じる.

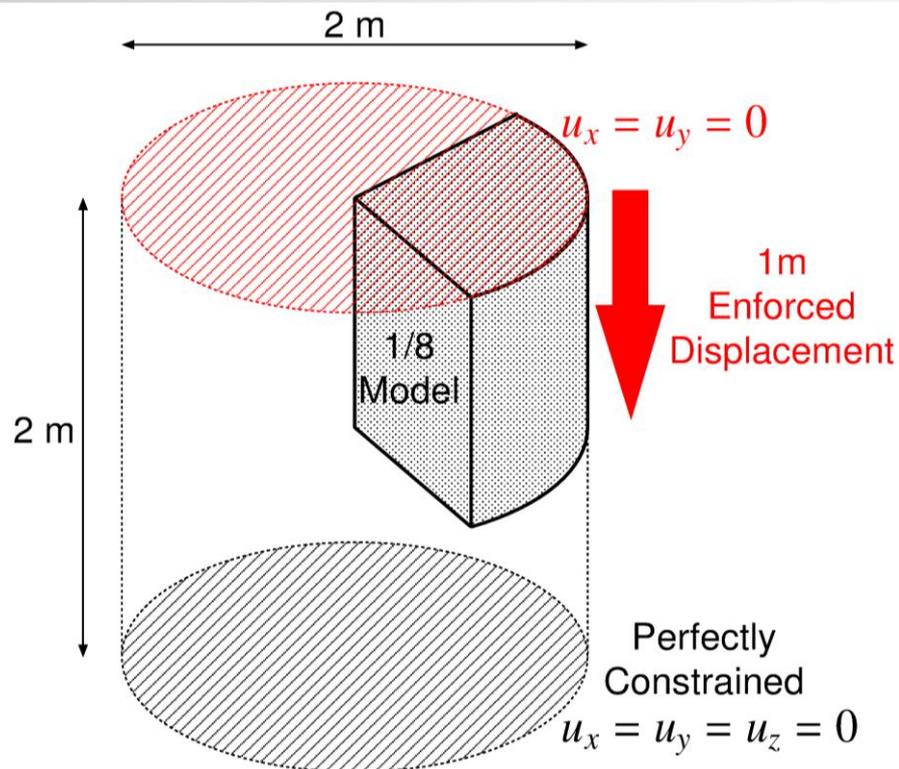


- 全サブ要素の体積歪みの平均を要素全体の体積歪みとする(8節点六面体Selective要素と同じ発想).

解析例 (内製コードを使用)

超弾性1/8円柱のバレリング解析

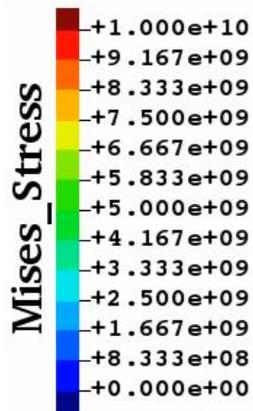
概要



- 上面に軸方向の**強制変位**を与えて圧縮.
- Neo-Hookean超弾性体, 初期ポアソン比 $\nu_{ini} = 0.49$.
- 同一メッシュでABAQUSの10節点四面体ハイブリッド要素(C3D10H, C3D10MH, C3D10HS)と比較.

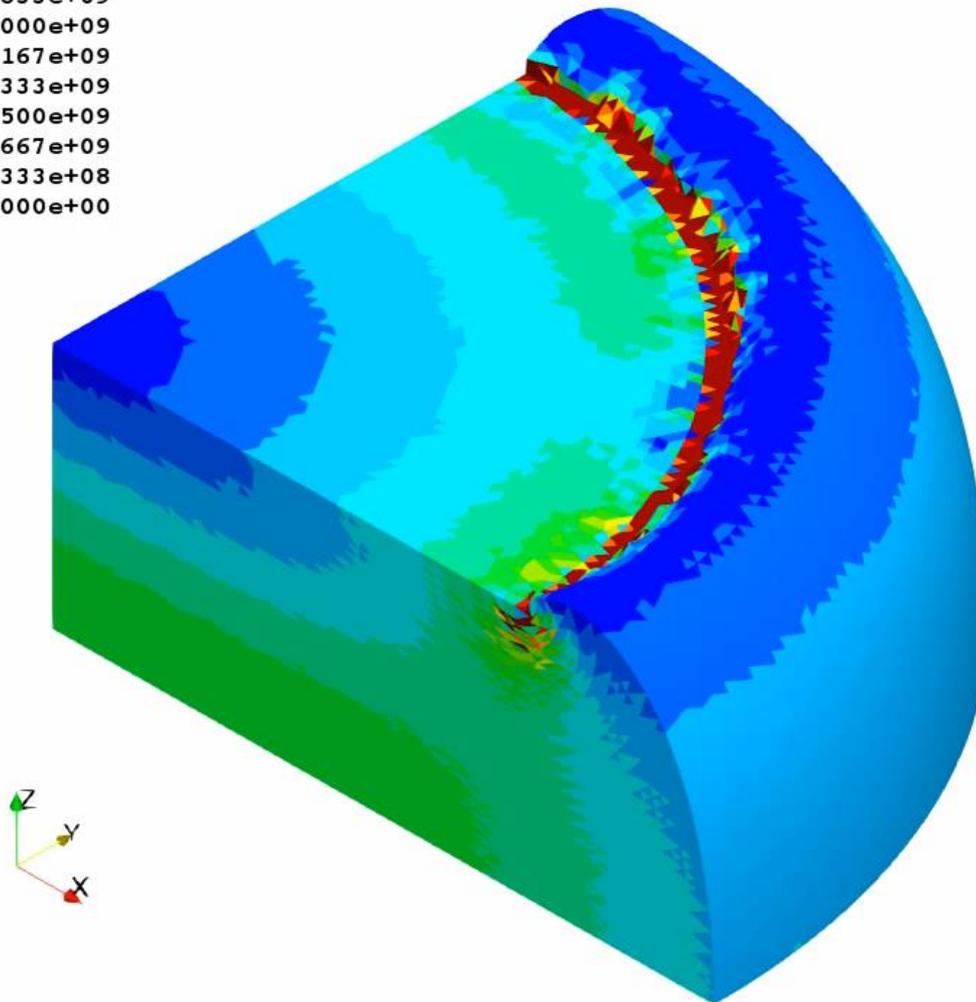
超弾性1/8円柱のバレリング解析

提案手法 の解析結果 (Mises 応力分布)



公称ひずみ
約47%圧縮
で収束困難

縁近傍を除き
ほぼ滑らかな
Mises応力分布
が得られている。

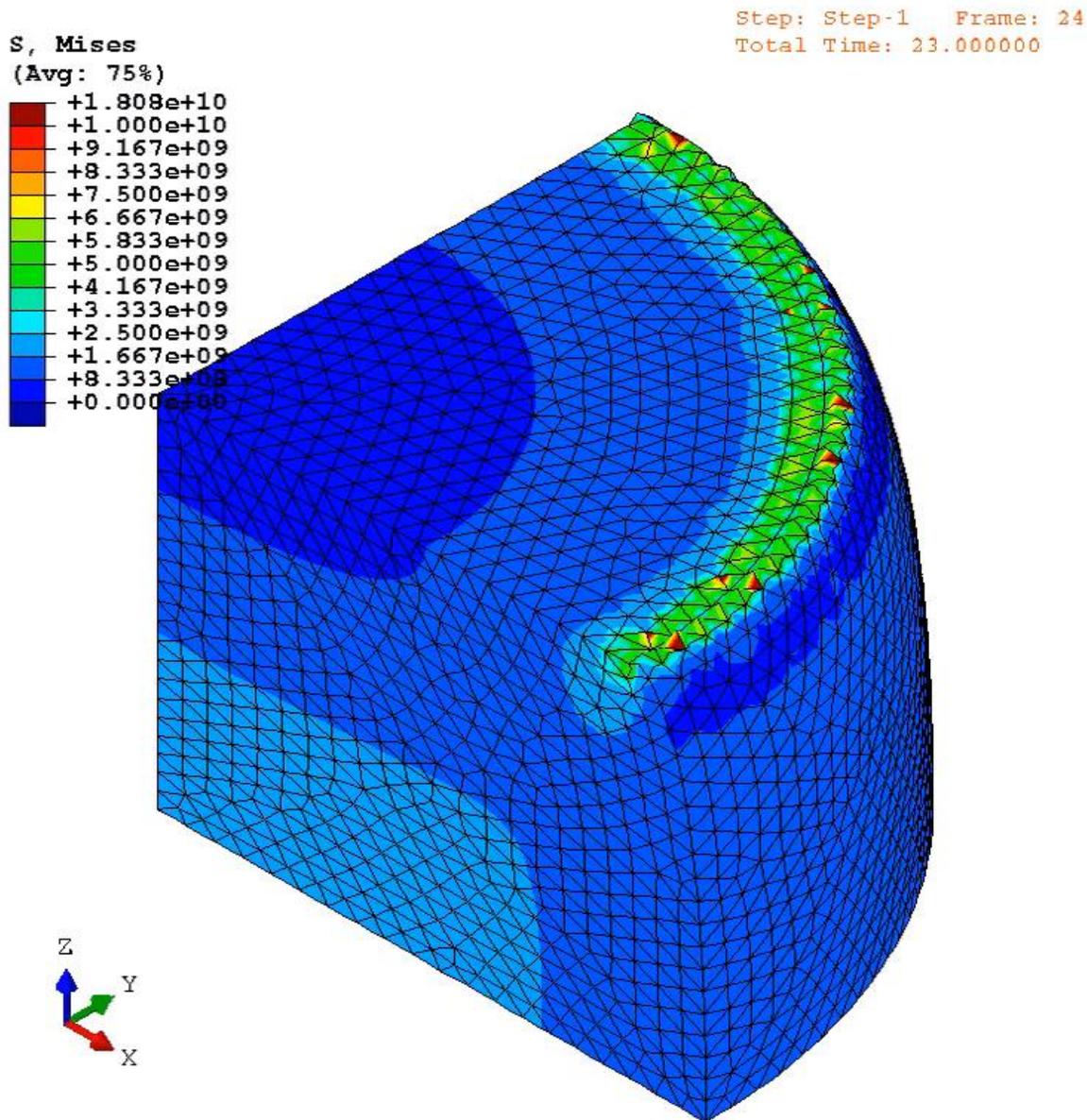


超弾性1/8円柱のバレリング解析v

ABAQUS C3D10MH の解析結果 (Mises 応力分布)

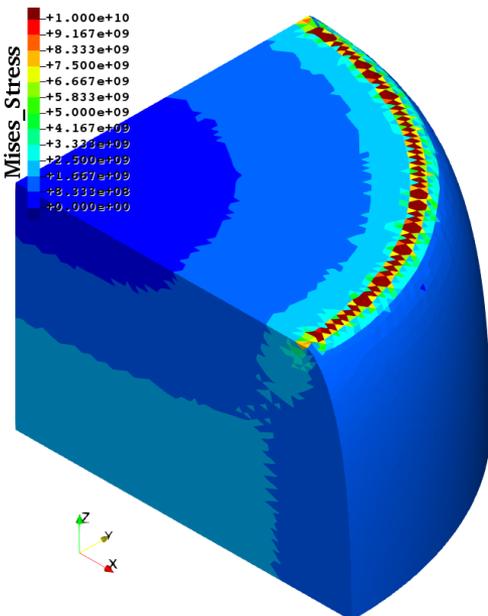
公称ひずみ
約24%圧縮
で収束困難

縁近傍の変形
が奇妙に振動
していることが
早期収束困難
の原因？

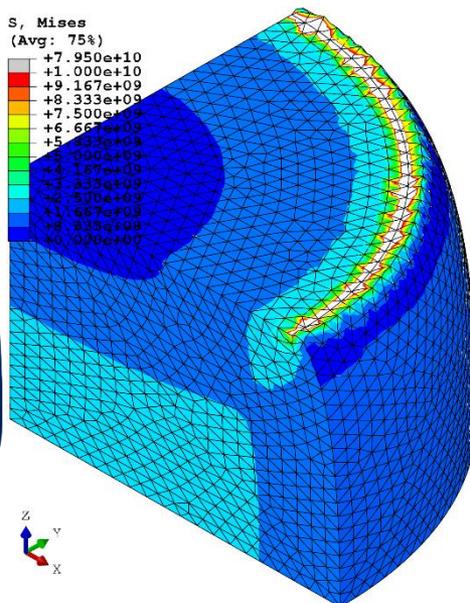


超弾性1/8円柱のバレリング解析

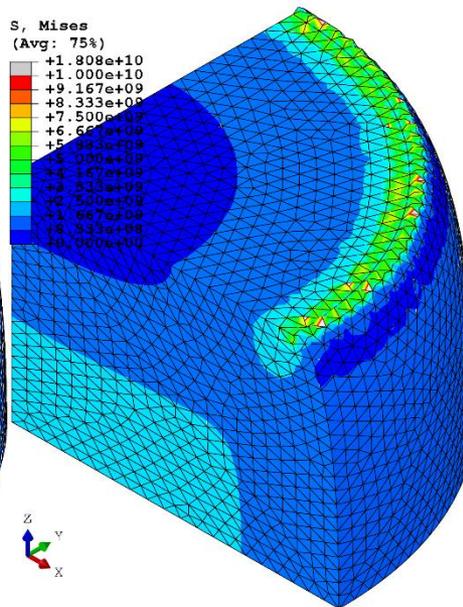
Mises応力分布 (24%圧縮)



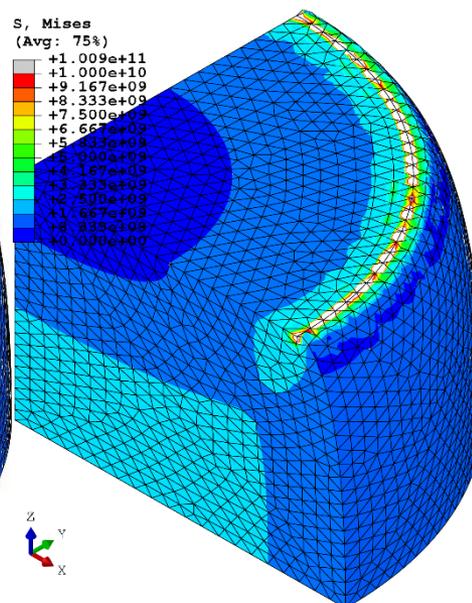
提案手法



ABAQUS
C3D10H



ABAQUS
C3D10MH

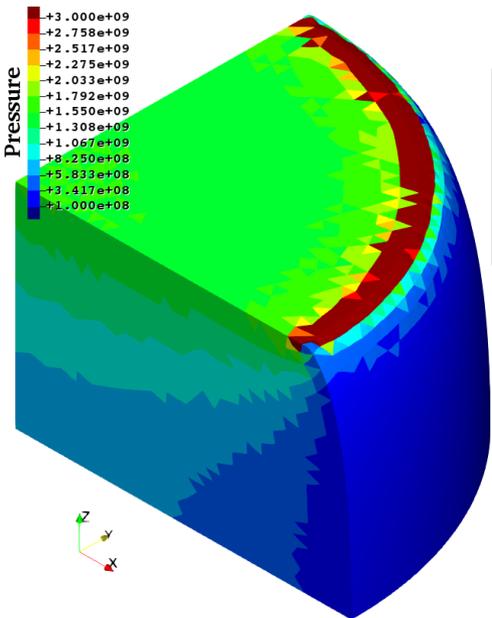


ABAQUS
C3D10HS

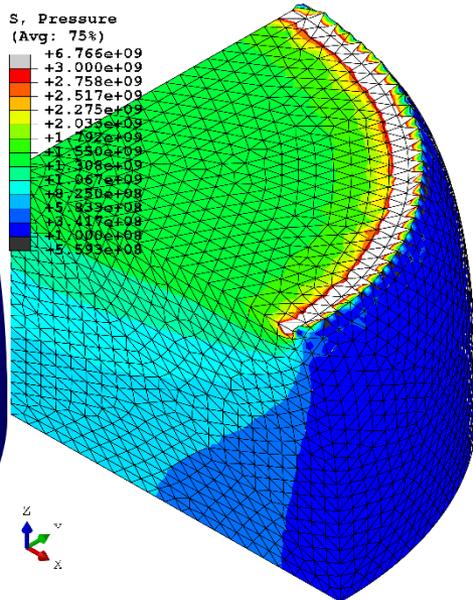
応力特異性のある縁の部分を除き,
Mises応力分布はおよそ一致している.

超弾性1/8円柱のバレリング解析

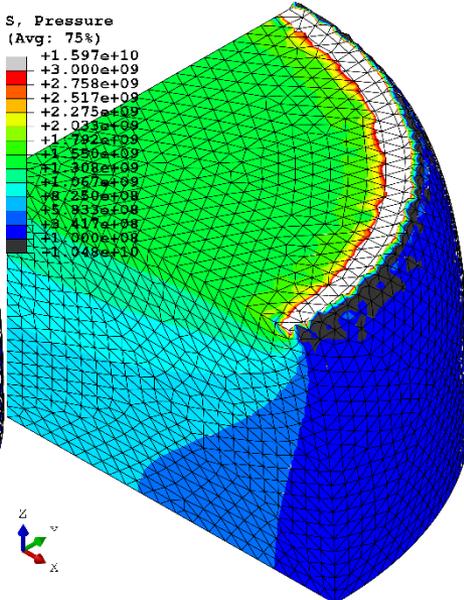
圧力分布 (24%圧縮)



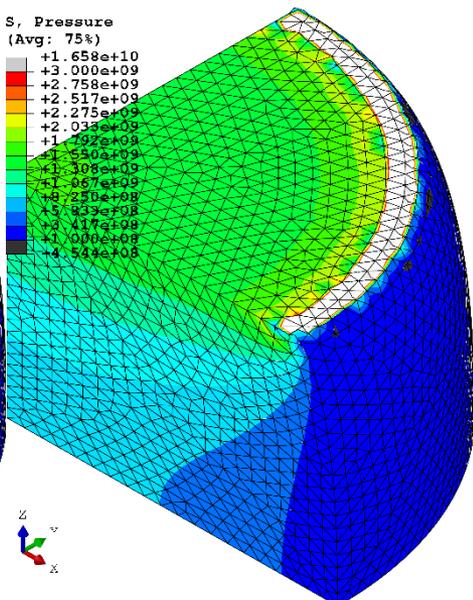
提案手法



ABAQUS
C3D10H



ABAQUS
C3D10MH

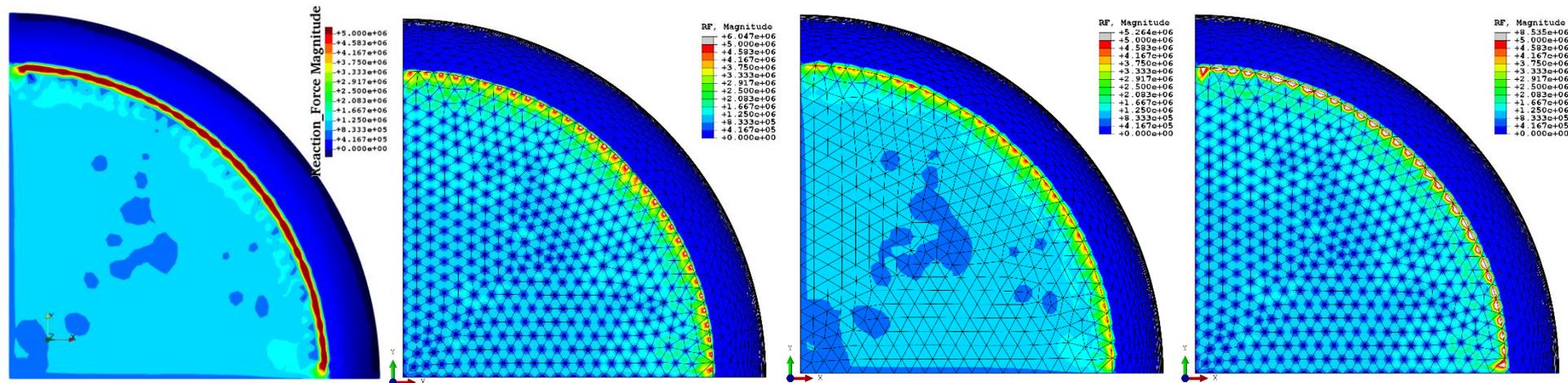


ABAQUS
C3D10HS

応力特異性のある縁の部分を除き、
圧力分布もおよそ一致している。

超弾性1/8円柱のバレリング解析

節点反力分布 (24%圧縮)



提案手法

ABAQUS
C3D10H

ABAQUS
C3D10MH

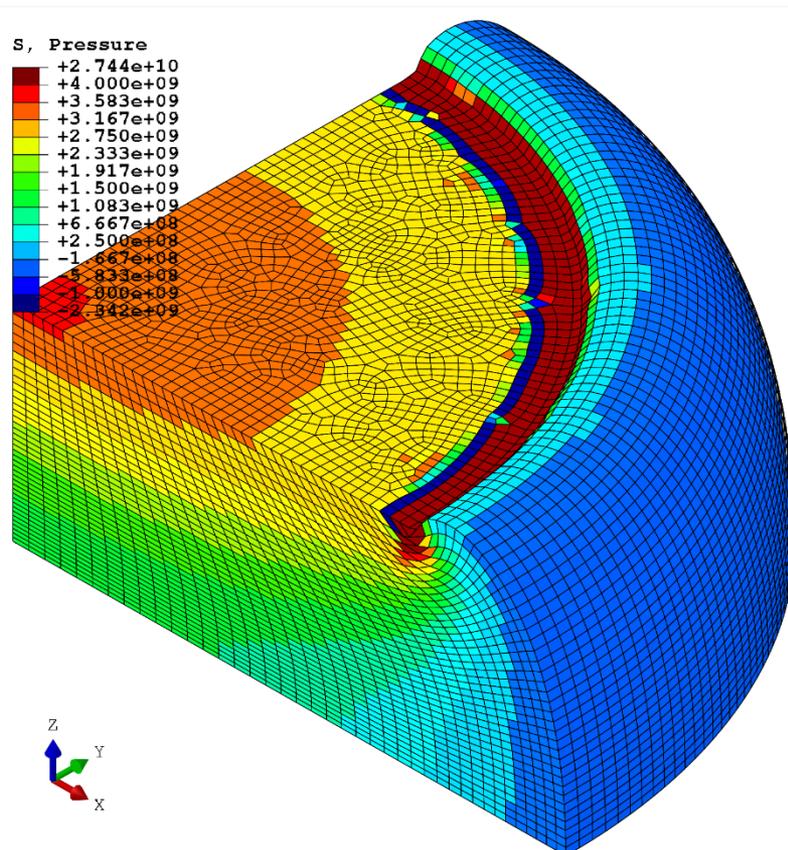
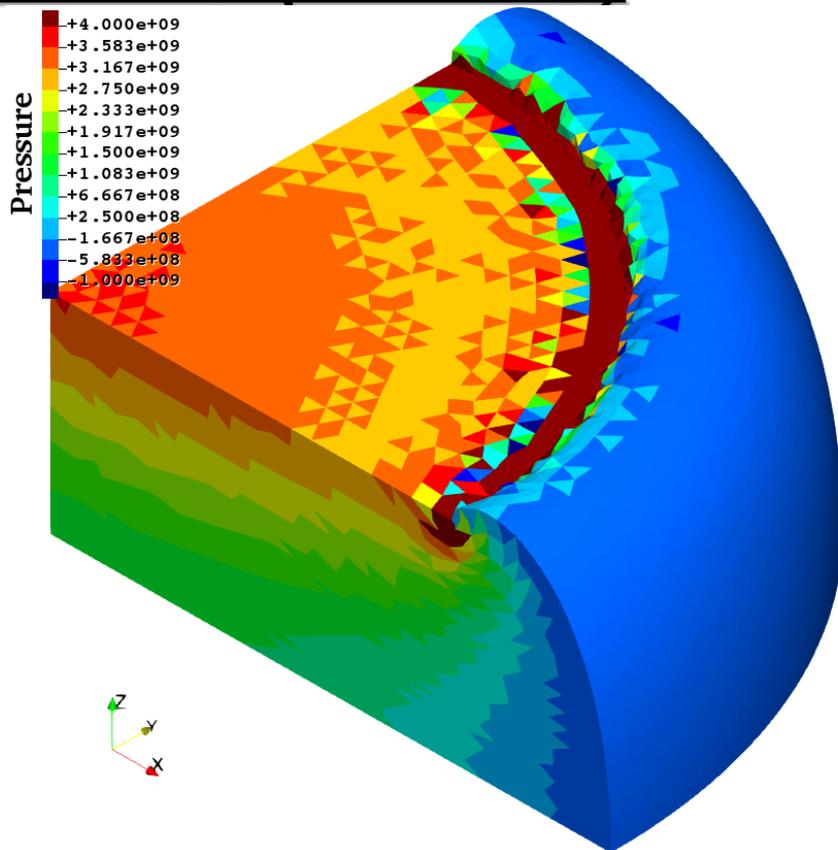
ABAQUS
C3D10HS

ABAQUSは修正要素(C3D10MH)のみ正常で、提案手法とおよそ一致している。

超弾性1/8円柱のバレリング解析

応力分布 (47%圧縮)

節点数はほぼ同じ60k個



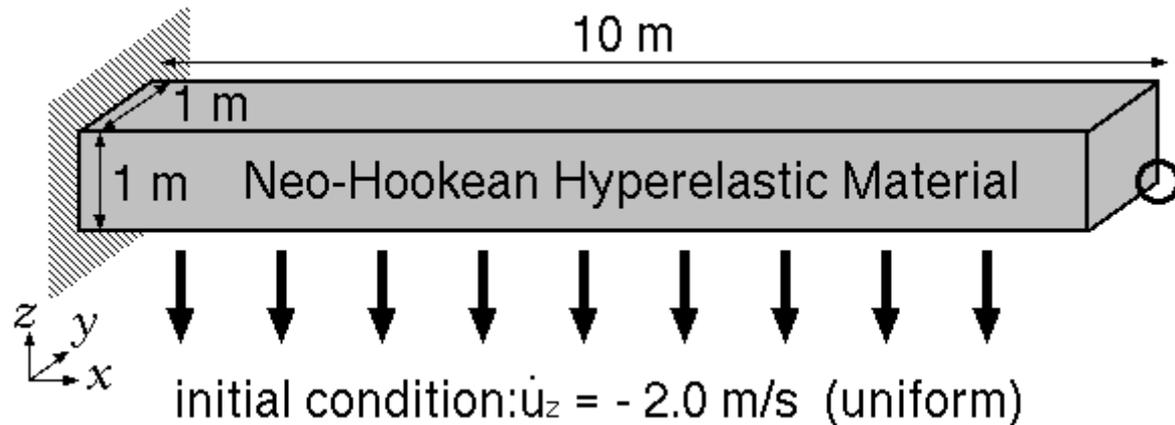
50%
圧縮
で
収束
困難

提案手法

ABAQUS C3D8

提案手法は六面体Selective要素(C3D8)とほとんど同等の精度と安定性を示している.

片持ち梁の動的曲げ解析



■ 動的陽解法.

$\Delta t = 0.0001$ s (一定) で 50 s までの 50 万 時間ステップ.

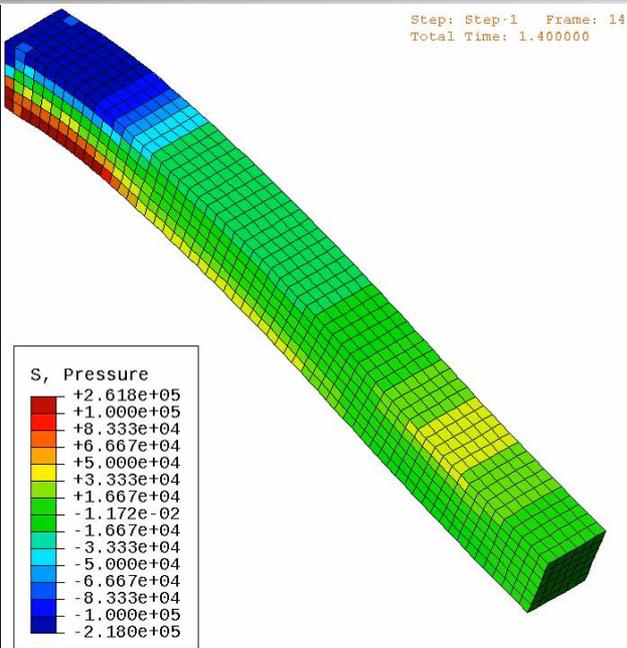
■ Neo-Hooke 超弾性体.

初期ヤング率: 6 MPa, 初期ポアソン比: **0.49**,
質量密度: 920 kg/m^3 .

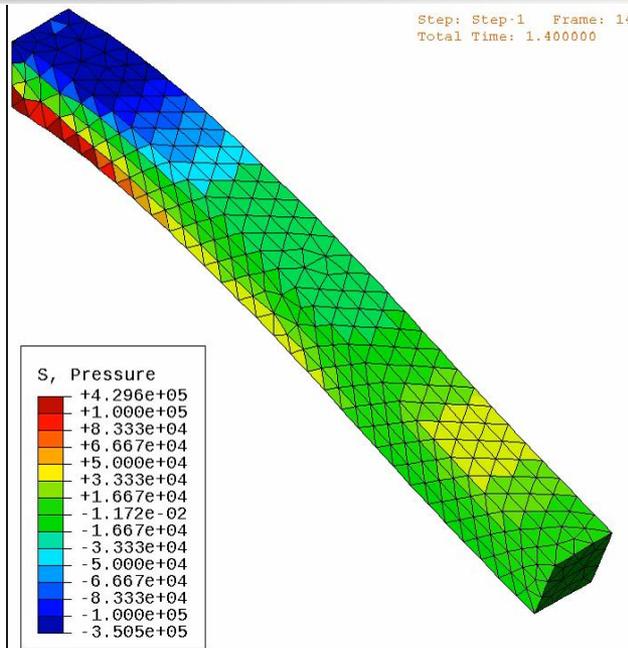
■ 同一 T10 メッシュで ABAQUS/Explicit C3D10M と提案手法とで結果を比較.

■ 参照解として ABAQUS/Explicit C3D8 の解を用意.

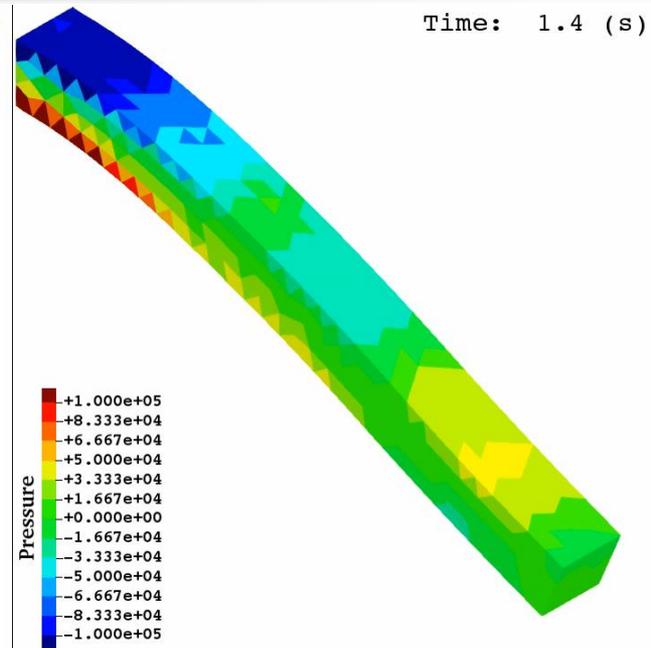
片持ち梁の動的曲げ解析



ABAQUS/Explicit C3D8
(参照解)



ABAQUS/Explicit C3D10M
(既存手法)



SelectiveCS-FEM-T10
(提案手法)

数十万時間ステップ経過すると流石に差が現れ始めるが、

動解析でも既存手法と同等の精度が得られている。

動解析での大変形ロバスト性は未検証。

ABAQUSへの実装

ABAQUS UELについて

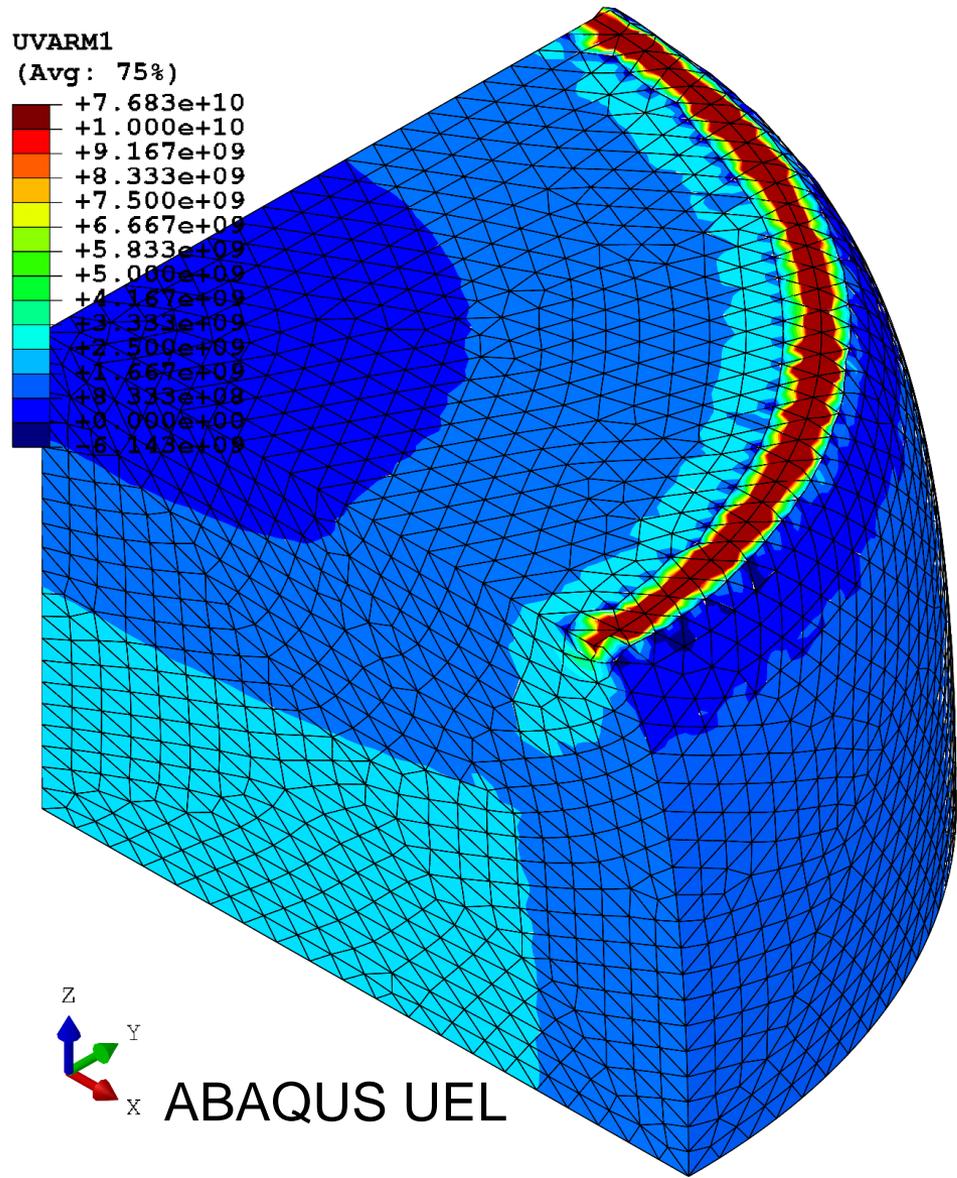
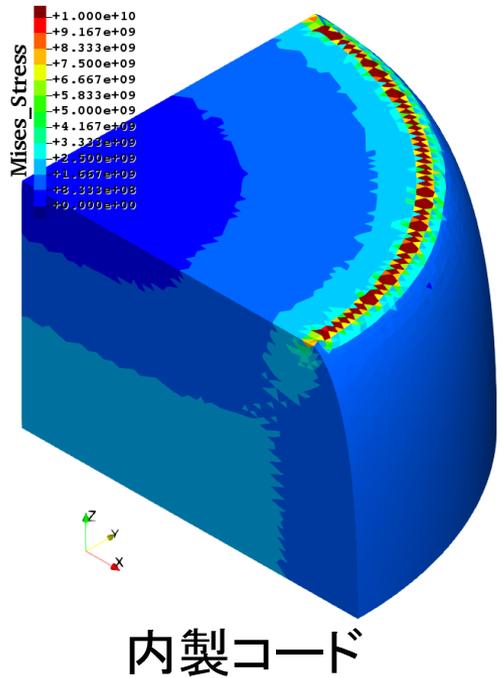
- ABAQUSにはユーザー定義要素「UEL」というユーザーサブルーチンを組み込む機能がある.
- マニュアルにはFortran77のコード例が載っているが, 実はFortran90でも書ける.
- 「UEL」という名のサブルーチンを書き, コンパイルし, オブジェクトファイルをABAQUSに渡す.
実行例:

➤ `abaqus job=test user=my_uel.o`

- とりあえず静的陰解法のみを組み込み.

ABAQUS UELの例題解析結果

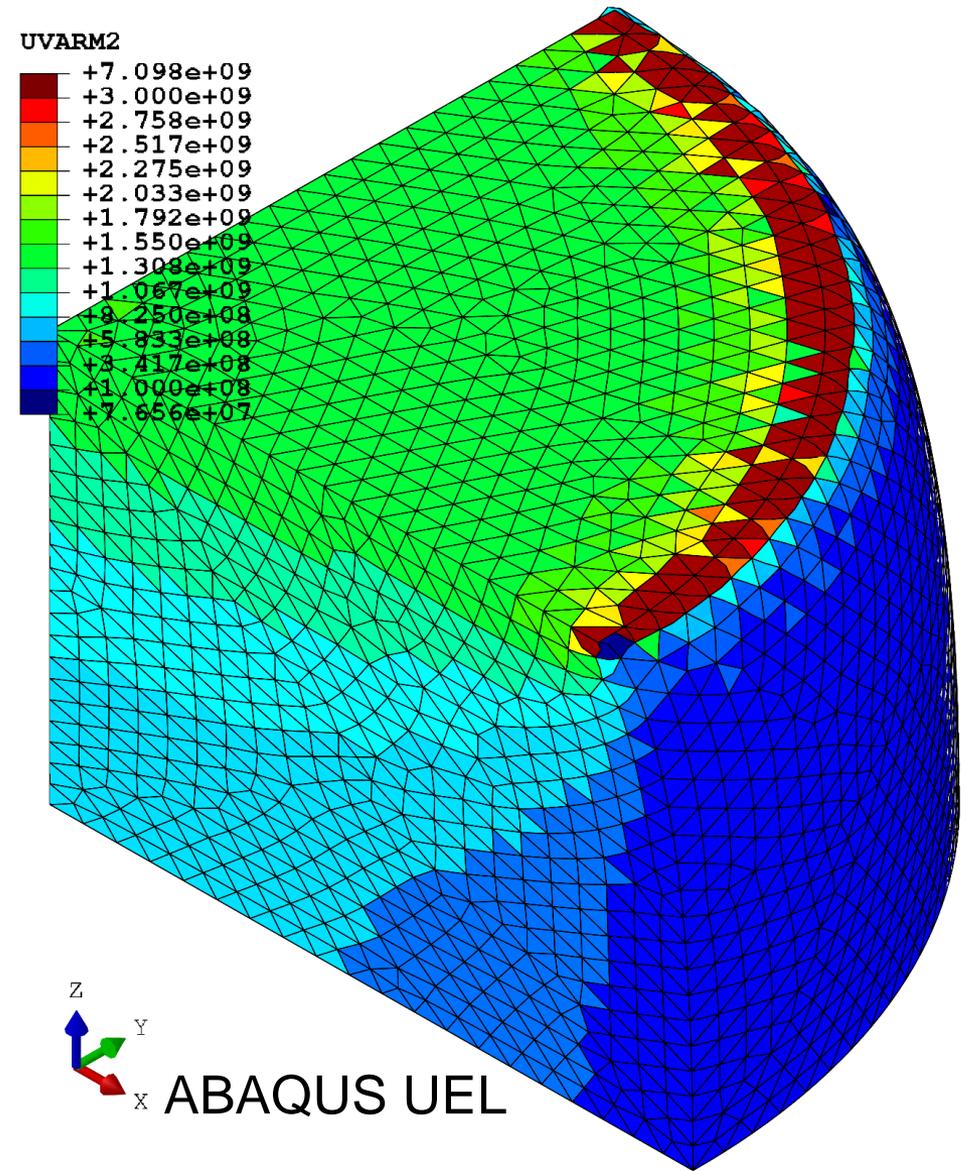
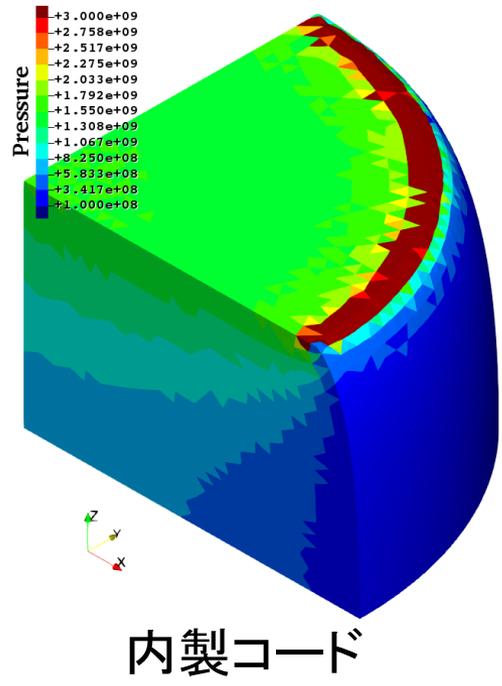
Mises 応力分布 (24%圧縮)



表示計算式の違いの範囲で一致。

ABAQUS UELの例題解析結果

圧力分布 (24%圧縮)



表示計算式の
違いの範囲で
一致。

ABAQUS UELの問題点

重複要素を定義しなければならない。

重複要素とは？

- 各UEL要素と同じ節点を参照した(同じ位置の)別の要素.
- 剛性はゼロ(つまり, 力学的にはダミー要素).
- 要素タイプはネイティブ要素.

重複要素が必要な理由は？

- ◆ 要素面に対する境界条件(圧力荷重など)を使用したい.
- ◆ 要素面に対する相互作用(接触など)を定義したい.
- ◆ 純正のポストプロセッサ(ABAQUS Viewer)で可視化したい.

入力(inp)ファイルの例

(節点の定義)

```
***** UEL *****
```

```
*user element, type=U5001, nodes=10, coordinates=3, properties=2, variables=1  
1, 2, 3
```

```
***** user-defined elements *****
```

```
*element, type=U5001, elset=user_elset  
1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
```

(中略)

```
*uel property, elset=user_elset  
1e9, 2.01342e-11
```

ネイティブ要素であれば何でも良い。

```
***** overlap elements *****
```

```
*element, type=C3D10MH, elset=overlap_elset  
500000001, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
```

要素番号は違うが、節点番号は同じ。

(中略)

```
*solid section, elset=overlap_elset, material=overlap_material
```

```
*material, name=overlap_material
```

```
*elastic
```

```
1e-33, 0
```

ヤング率が数値的にゼロ。

```
*user output variables
```

```
2
```

(以下省略)



ABAQUS UELの欠点

1. 大変形による収束限界が重複要素の収束限界で決まってしまう。

先の例題の場合、重複要素が25%圧縮で収束限界を迎えるため、計算がそれ以上進まない。

2. 重複要素の歪・応力・内力・剛性等の計算に無駄な時間が費やされてしまう。

有限要素方程式のサイズと解く計算時間は同じだが、作る時間は倍増する(応力・内力・剛性は全てゼロなのに...).

上記問題は他の汎用ソフトでも起きる問題であり、1ユーザーには残念ながら解決できない。

結局、ネイティブ要素として実装してもらわないとS-FEMの力は発揮できない...



まとめ

まとめ

- 10節点四面体を用いた新たなS-FEMを提案した.
 - 提案手法は, 微圧縮材料の大変形解析において六面体要素に迫る精度と安定性を持つことを示した.
 - 提案手法をABAQUSのユーザー定義要素として実装し, 自作コードと同等の解が得られることを確認した.
 - 10節点四面体2次要素が実装されているIn-houseコードであれば, 提案手法を簡単に組み込むことができる.
 - 計算時間は10節点四面体2次要素とほぼ同じ.
 - 静的・動的両方でロッキングや圧力振動を起こさない.
- 皆様の内製コードへの実装を是非ご検討ください.**

ご清聴ありがとうございました.

