

四面体要素を用いた
F-bar aided edge-based
smoothed finite element method
(F-barES-FEM-T4)
による微圧縮性材料の
静的陰解法大変形解析

大西 有希, 天谷 賢治

東京工業大学

研究背景

- 微圧縮性材料の**超大変形問題**を高精度かつ安定に解きたい。

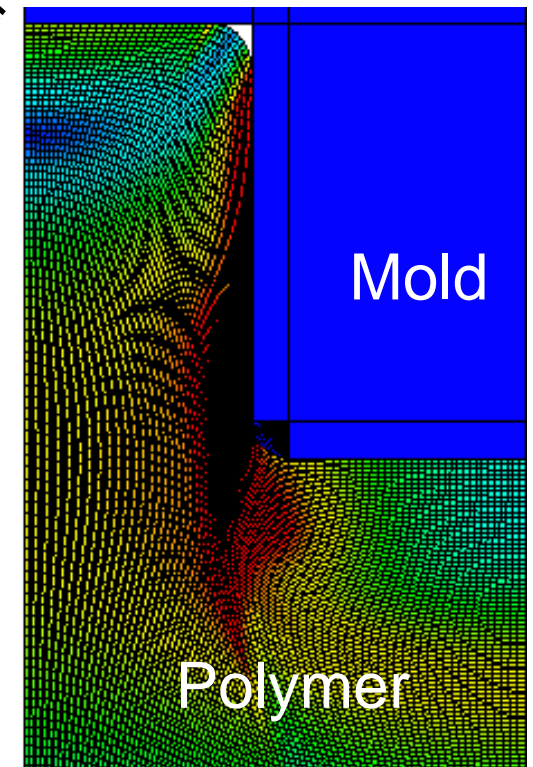
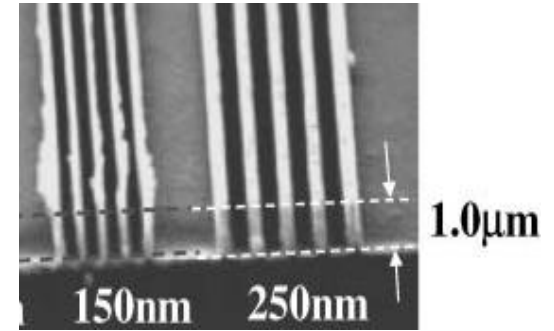
最終目標: タイヤゴムの大变形, 熱ナノインプリント樹脂成形など。

- メッシュ固定のFEMではメッシュがすぐ潰れてしまい, 解が得られない。

↓
メッシュリゾーニング(メッシュを何度も切り直して計算を続行)が不可欠。

↓
四面体要素を使用せざるを得ない。

↓
通常のFEM定式化では**ロッキング**や**圧力振動**が起き, **低精度**になる。



ロッキング回避のための従来法

■ 高次要素:

- ✗ 体積ロッキングを回避できない。
中間節点があるため大変形で積分精度が悪化する。

■ 拡張ひずみ仮定法(EAS):

- ✗ ゼロエネルギーモードによる不安定。

■ B-bar法, F-bar法, 選択的次數低減積分法:

- ✗ 四面体要素や三角形要素にはそのまま適用できない。

■ F-barパッチ法:

- ✗ 良いパッチを作ることが難しい。せん断ロッキングを起こす。

■ u/p混合(ハイブリッド)法:

- ? 今のところ完全に満足できる定式化が提案されていない。
ただし、ほぼ許容出来るものは提案されている。
(例: ABAQUS/Standardの「C3D4H」や「C3D10H」など)

■ 平滑化有限要素法(Smoothed FEM: S-FEM):

- ? 四面体でもロッキングを回避するより良い定式化を模索中。



種々のS-FEM

■ 基本形

- Node-based S-FEM (NS-FEM) ✗ ゼロエネルギーモード等
- Face-based S-FEM (FS-FEM) } ✗ 体積ロッキング等
- Edge-based S-FEM (ES-FEM) }

■ Selective系

- Selective FS/NS-FEM } ✗ 材料構成則に制限, **圧力振動**,
- Selective ES/NS-FEM } **コーナロッキング**(後述)

■ Bubble-enhanced系, Hat-enhanced系

- bFS-FEM, hFS-FEM } ✗ **圧力振動**,
- bES-FEM, hES-FEM } **大変形初期で収束困難**

■ F-bar系

- F-barES-FEM ? 目下, 新規開発中

研究目的

F-bar法と四面体ES-FEMを融合した
F-barES-FEM-T4 を提案し、
微圧縮材の静的陰解法大変形解析における
精度検証を行う。

注) 動的陽解法大変形については次の講演で発表します。

発表目次

- F-barES-FEMの定式化概要
- F-barES-FEMの精度検証
- まとめ

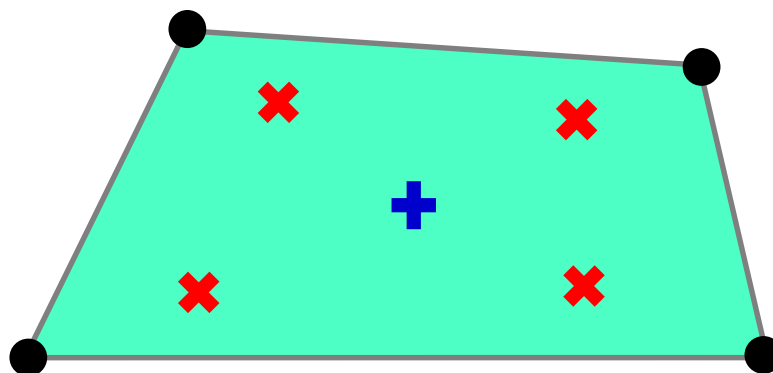


F-barES-FEMの定式化概要

(簡単のため, 2次元三角形で説明します.)

F-bar法のおさらい

四角形(Q4)要素
および
六面体(H8)要素
のための手法



アルゴリズム

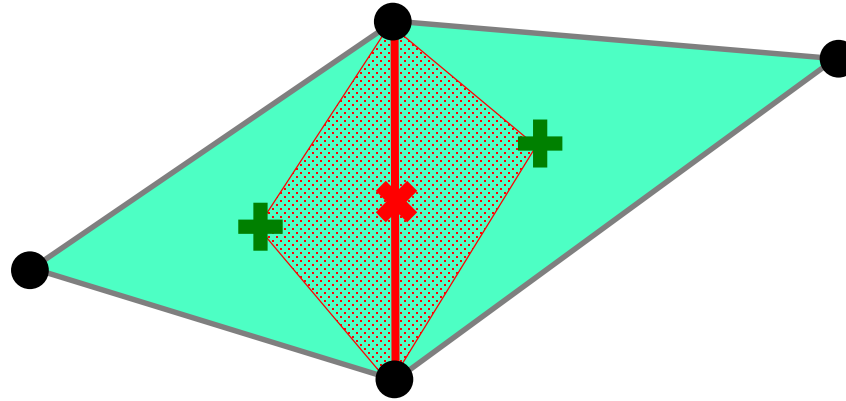
- スタンダードなFEMと同様, **各積分点**で変形勾配 F を計算する.
- **要素中心**でも変形勾配 F を計算し, その体積変化率 $\det(F)$ を \bar{J} とおく.
- **各積分点**の変形勾配を次式により修正し, \bar{F} を得る.
$$\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{\text{iso}}.$$
- \bar{F} を**各積分点**変形勾配とみなし, 応力・内力・剛性等計算する.

一種の
ローパス
フィルター
と言える

Q4およびH8要素で体積ロッキングを回避できるが,
せん断ロッキングは回避できない.

Edge-based S-FEM (ES-FEM)のおさらい

三角形(T3)要素
および
四面体(T4)要素
でも使える手法



アルゴリズム

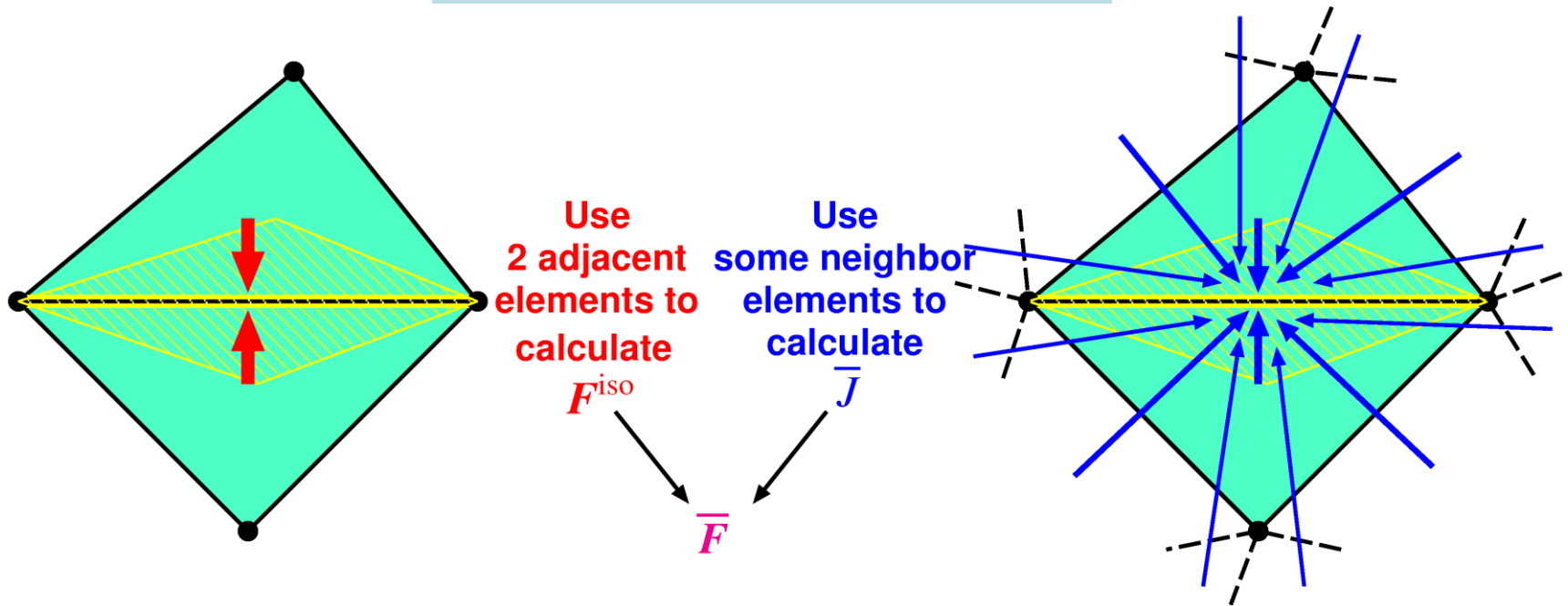
- スタンダードなFEMと同様, 各要素で変形勾配 F を計算する.
- 要素の F を各エッジに要素面積/3の重みで分配し, エッジの変形勾配 ^{Edge}F を作成する.
- ^{Edge}F を用いて応力・内力・剛性等を計算する.
(積分点を各エッジの中心に置いたFEM, というイメージ.)

T3およびT4要素でせん断ロッキングを回避できるが,
体積ロッキングは回避できない.

F-bar ES-FEMの定式化

コンセプト

F-bar法とES-FEMの融合



- エッジの F^{iso} の計算にはES-FEMを用いる.
- エッジの \bar{J} の計算には繰り返し平滑化 (ローパスフィルタされた J , 詳細は後述)を用いる.
- F-bar法を用いてエッジの \bar{F} を計算する.

F-barES-FEMの定式化

定式化概略

1. 要素の J を標準的FEMと同様に計算.
2. 要素の J を節点で平滑化し, 節点の \tilde{J} とする.
3. 節点の \tilde{J} を要素で平滑化し, 要素の $\tilde{\tilde{J}}$ とする.
4. 上記 2.と3.を必要回数(k 回)繰り返す.
5. 要素の $\tilde{\tilde{J}}$ をエッジで平滑化し, エッジの \bar{J} とする.
6. F-bar法に倣い, ES-FEMで得られる F^{iso} と \bar{J} を $\bar{F} = \bar{J}^{1/3} F^{\text{iso}}$ で合成する.

一種の
ローパス
フィルター
と言える

J の
繰り返し
平滑化

繰り返し平滑化回数を k 回とした時の手法を
「F-barES-FEM(k)」と表記する.

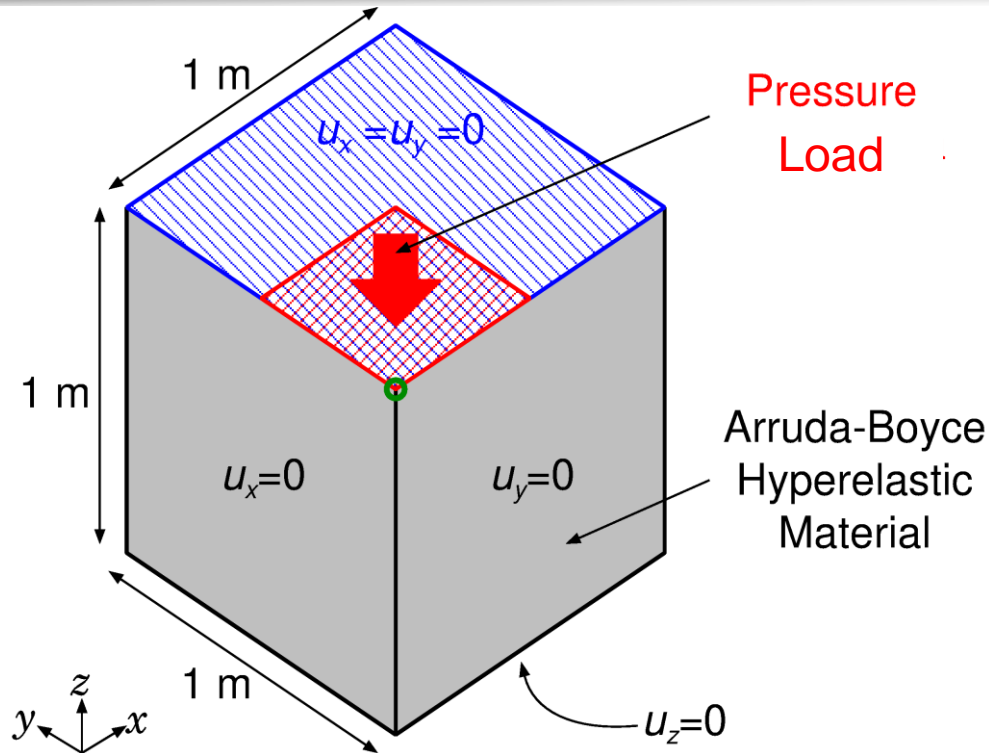


F-barES-FEMの精度検証

(本発表では超弾性体の例のみを示します.)

超弾性ブロックの部分押込解析

概要



- 上面の $\frac{1}{4}$ に**圧力荷重**を負荷して押込む.
- Arruda-Boyce超弾性体, 初期ポアソン比 $\nu_{ini} = 0.499$.
- F-barES-FEM(2), (3), (4)を用いて解析.
- ABAQUSの四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

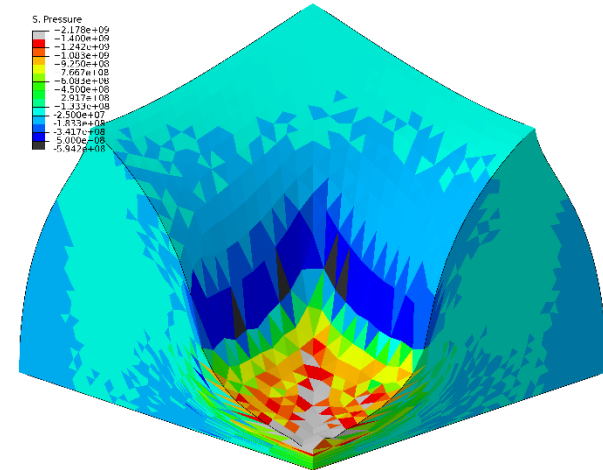
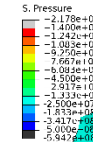
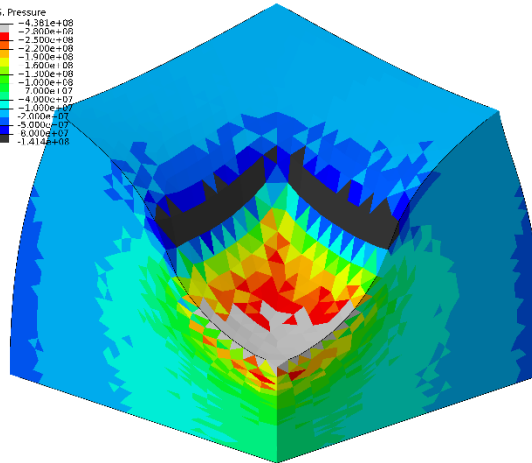
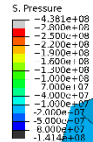
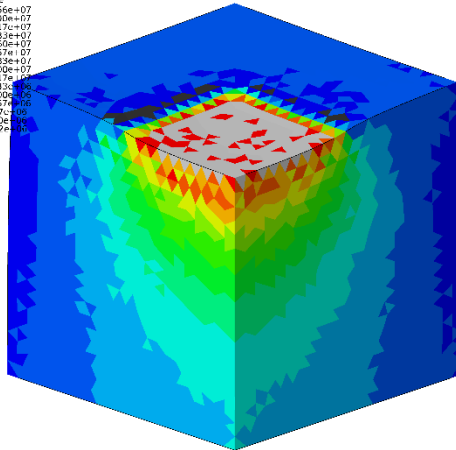
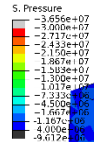
超弾性ブロックの部分押込解析

圧力分布

変形初期

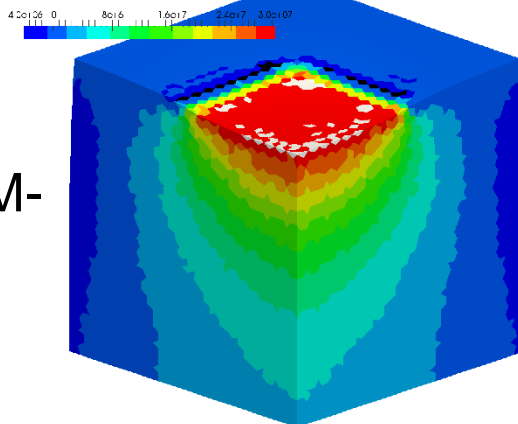
変形中期

変形後期

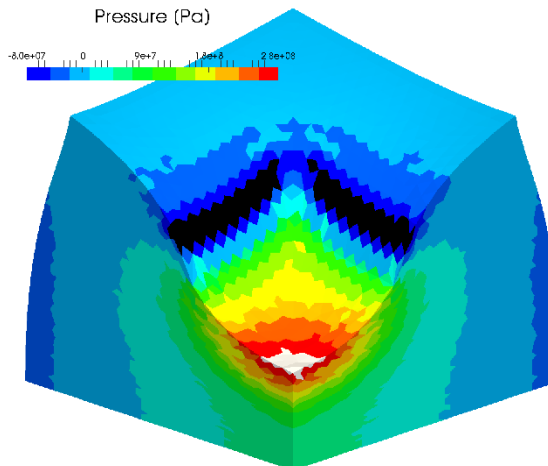


ABAQUS
C3D4H

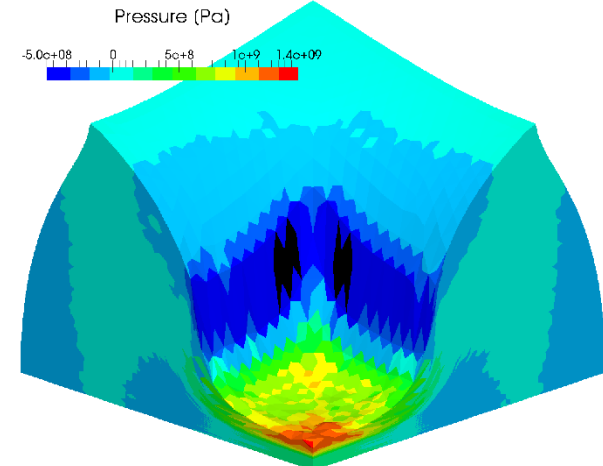
Pressure (Pa)



Pressure (Pa)



Pressure (Pa)



F-bar
ES-FEM-
T4(2)

超弾性ブロックの部分押込解析

圧力分布

変形初期

変形中期

変形後期

Pressure (Pa)

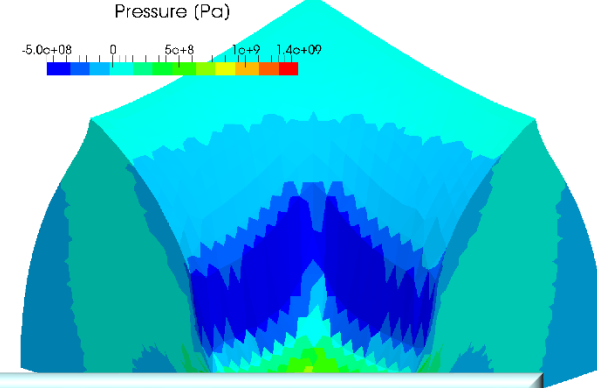
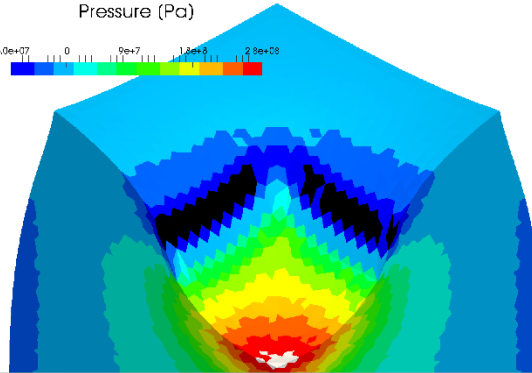
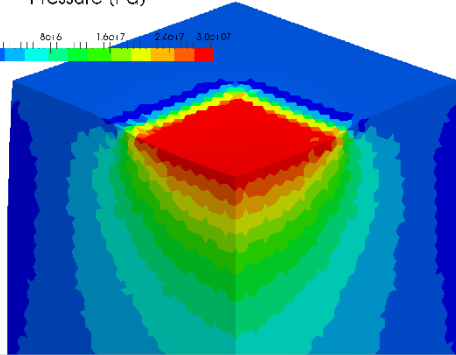
Pressure (Pa)

Pressure (Pa)

4.0e+06 0 8.0e+6 1.6e+7 2.4e+7 3.0e+07

-8.0e+07 0 9e+7 1.8e+8 2.9e+08

-5.0e+08 0 5e+8 1e+9 1.4e+09



F-bar
ES-FEM-
T4(3)

ポアソン比が0.499であれば、
F-barES-FEM-T4(2)以上で**圧力振動を抑制できる。**

Pressure (Pa)

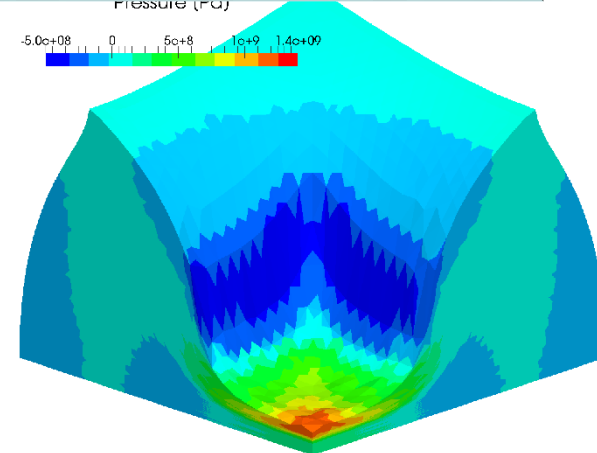
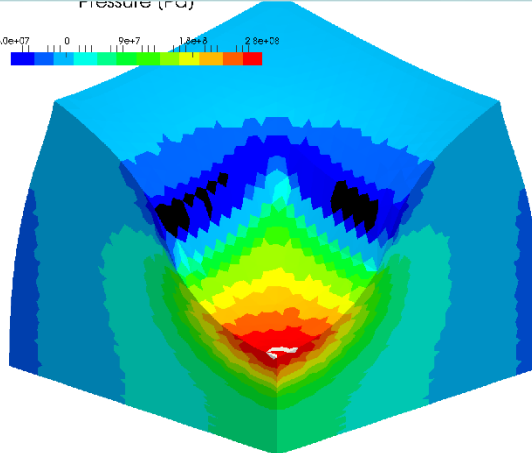
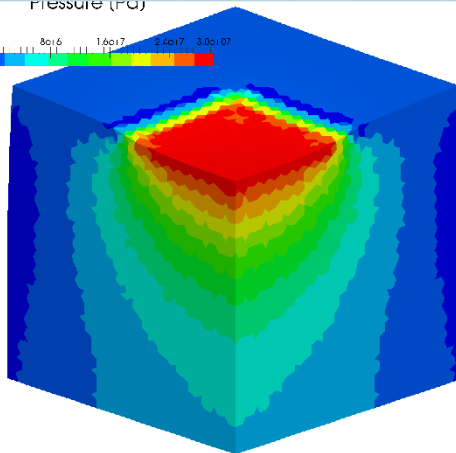
Pressure (Pa)

Pressure (Pa)

4.0e+06 0 8.0e+6 1.6e+7 2.4e+7 3.0e+07

-8.0e+07 0 9e+7 1.8e+8 2.9e+08

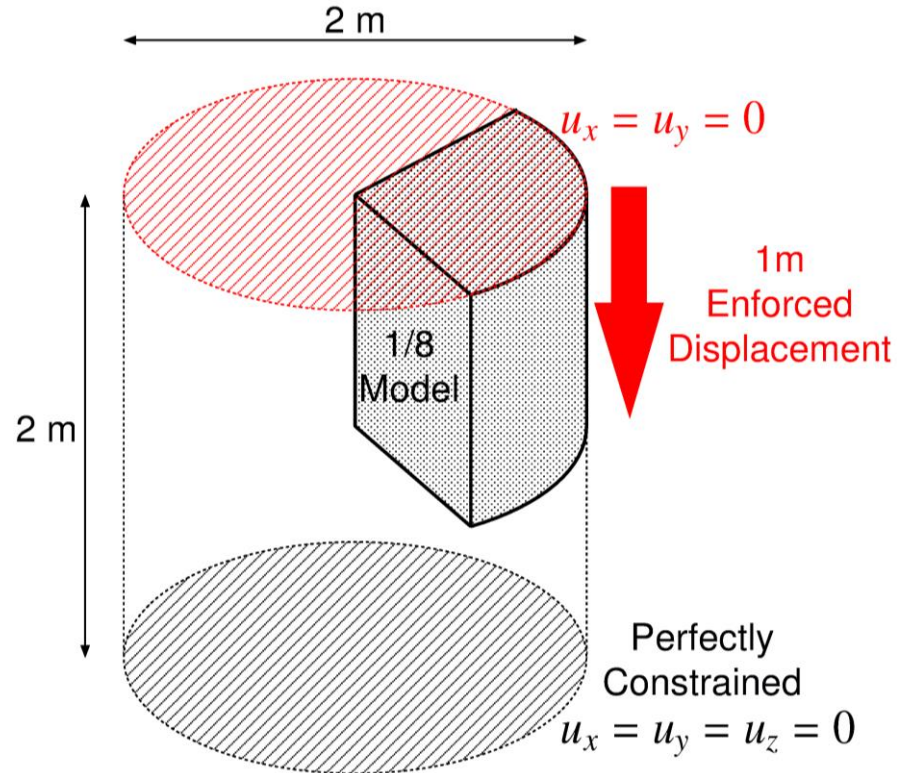
-5.0e+08 0 5e+8 1e+9 1.4e+09



F-bar
ES-FEM-
T4(4)

超弾性1/8円柱のバレリング解析

概要



- 上面に軸方向の**強制変位**を与えて圧縮.
- Neo-Hookean超弾性体, 初期ポアソン比 $\nu_{ini} = 0.499$.
- F-barES-FEM(2), (3), (4)を用いて解析.
- ABAQUSの四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

超弾性1/8円柱のバレリング解析

F-bar

ES-FEM(2)

の解析結果
(圧力分布)

公称ひずみで
50%の圧縮



Pressure (Pa)
-3.0e+08 +1.0e+09

A color scale legend for pressure distribution. It shows a gradient from dark blue on the left to red on the right, with yellow and green in between. The values are -3.0e+08 Pa on the left and +1.0e+09 Pa on the right.

縁の近傍を除き、
ほぼ滑らかな
圧力分布が
得られている。

超弾性1/8円柱のバレリング解析

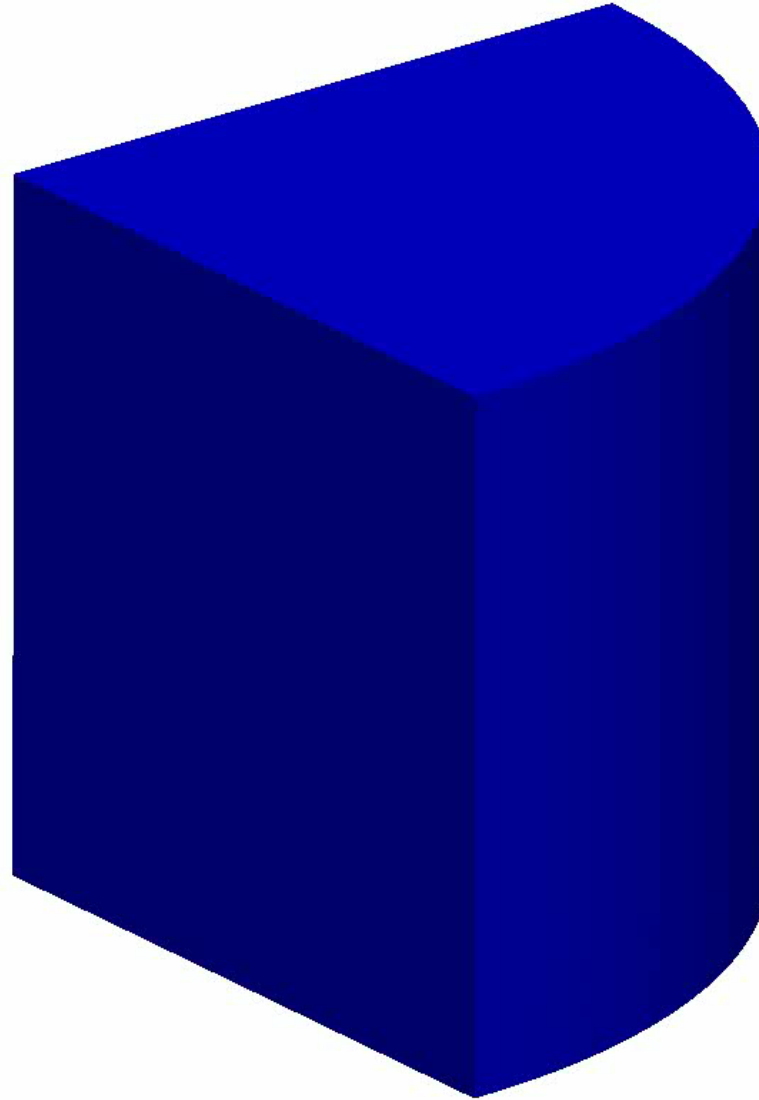
F-bar

ES-FEM(2)

の解析結果

(Mises応力分布)

公称ひずみで
50%の圧縮



Mises_Stress (Pa)

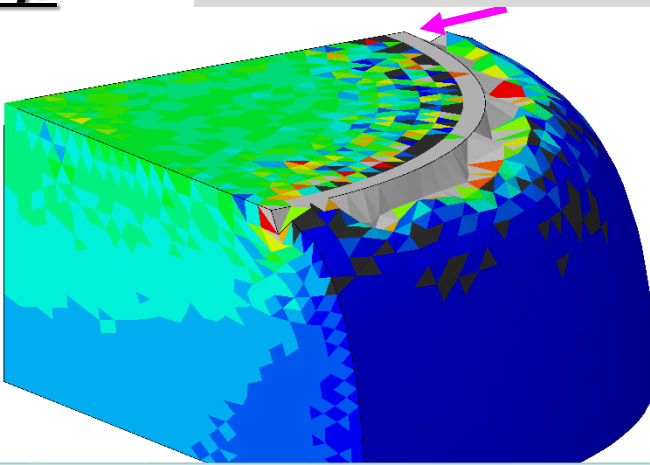
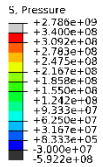


縁の近傍を除き、
ほぼ滑らかな
Mises応力分布が
得られている。

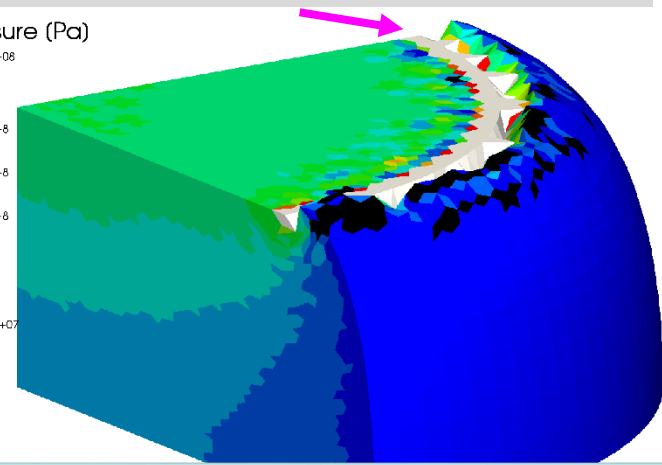
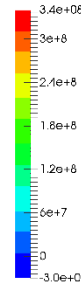
超弾性1/8円柱のバレリング解析

圧力分布

角部が不自然に硬くなるコーナロッキングが起きている。

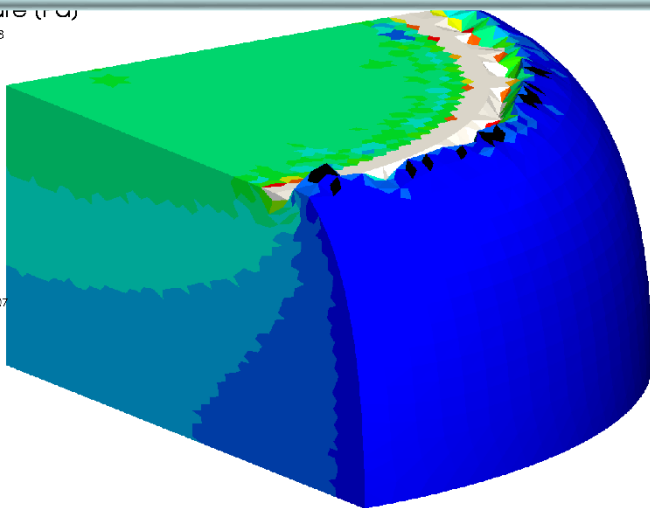
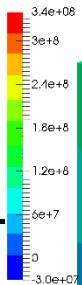


Pressure (Pa)

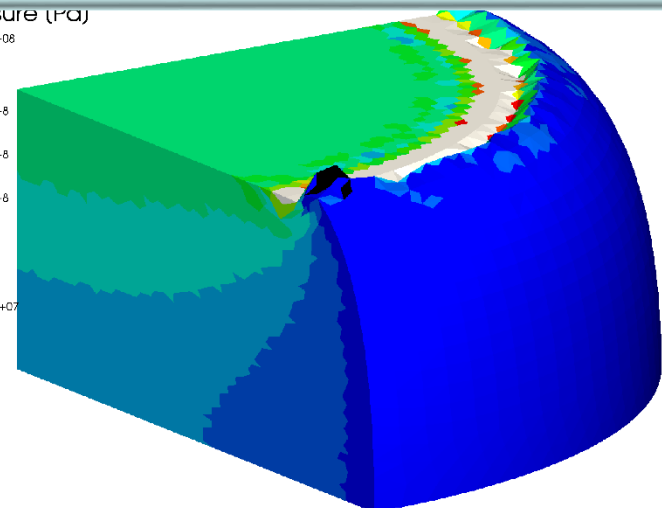
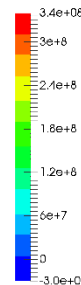


平滑化回数を充分増やしたF-barES-FEM-T4は
コーナロッキングも回避できる。

Pressure (Pa)



Pressure (Pa)



まとめ

F-barES-FEMの特徴

■ 利点

- ✓ 四面体でもロッキングフリーである.
- ✓ 未知数の数が一切増加せず, 静的縮約も不要.
⇒ 動的陽解法にも適用出来る(次の講演で発表).
- ✓ 繰り返し平滑化の回数(k)を増やせば増やすほど
圧力振動やコーナーロッキングが抑えられる.

■ 欠点

- ✗ 空間的に高周波な圧力分布はぼやけてしまう.
- ✗ 剛性マトリックス $[K]$ のバンド幅が広がってしまう.
一般的な非構造四面体(T4)メッシュの場合,
F-barES-FEM(1): FEM-T4の約10倍のバンド幅,
F-barES-FEM(2): FEM-T4の約20倍のバンド幅.
収束計算の高速化には工夫を要する.



まとめ

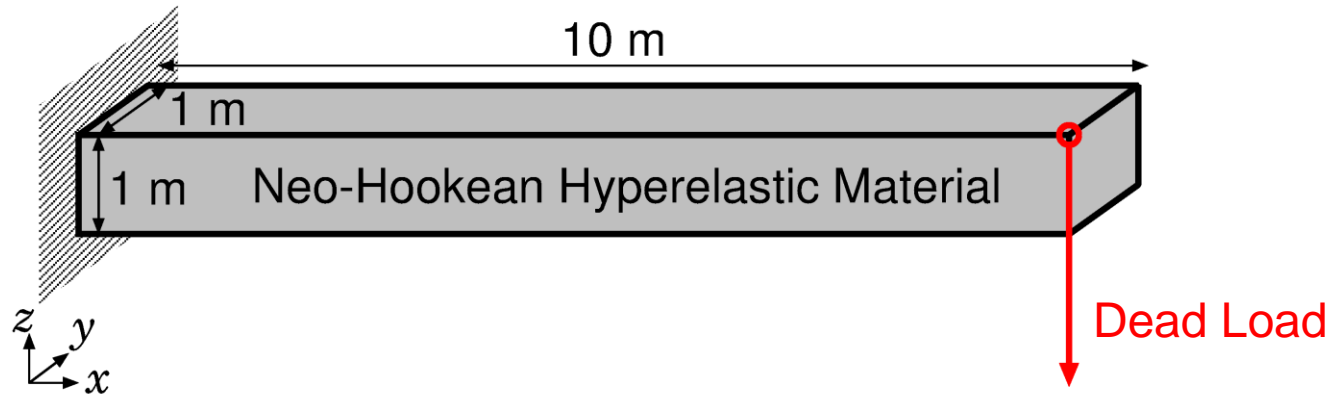
- F-bar法と四面体ES-FEMを融合させた新たな平滑化有限要素法「**F-barES-FEM-T4**」を提案した。
- 従来のS-FEM (Selective S-FEM) で課題となっていた3問題: 「材料構成則に制限がある」, 「圧力振動がある」, 「コーナーロッキングを起こす」について, **提案手法は課題をほぼ解決している**ことを確認した。
- **弾塑性体**および**微圧縮粘弾性体**のロッキングや圧力振動も解決できると考えられる。
- 提案手法の陰解法における現状ほぼ唯一の欠点は剛性マトリックスのバンド幅が広がる為に計算時間がかかることであり, **収束計算の高速化が今後の課題**である。

付録



超弾性片持ち梁の曲げ解析

概要



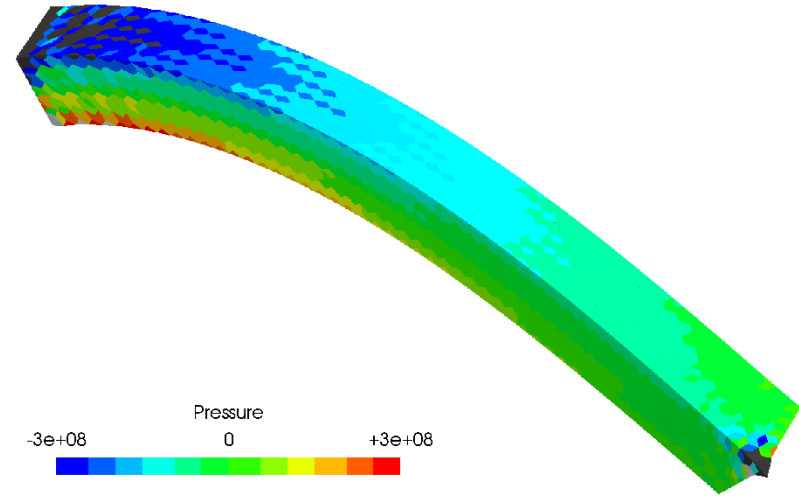
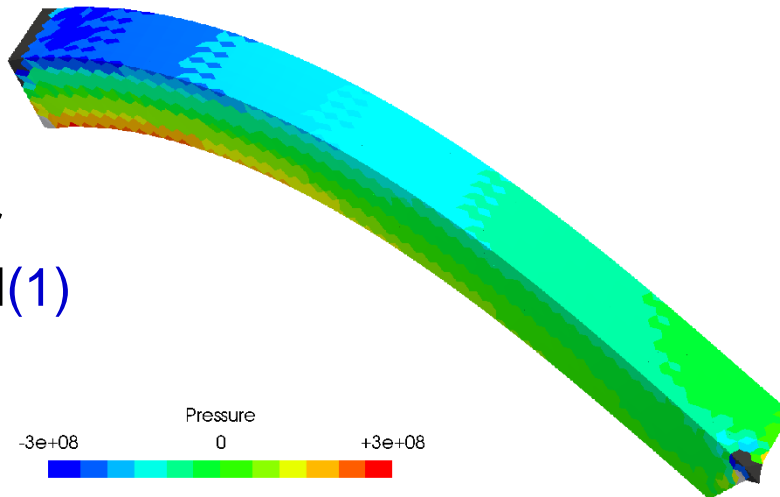
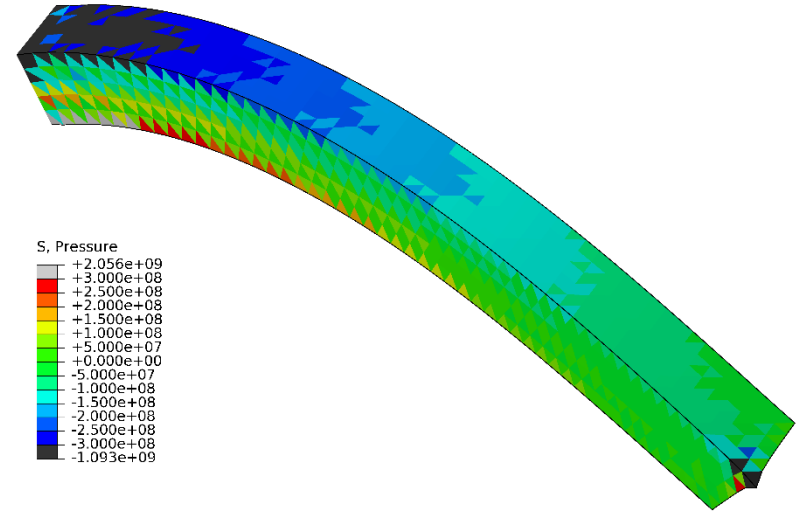
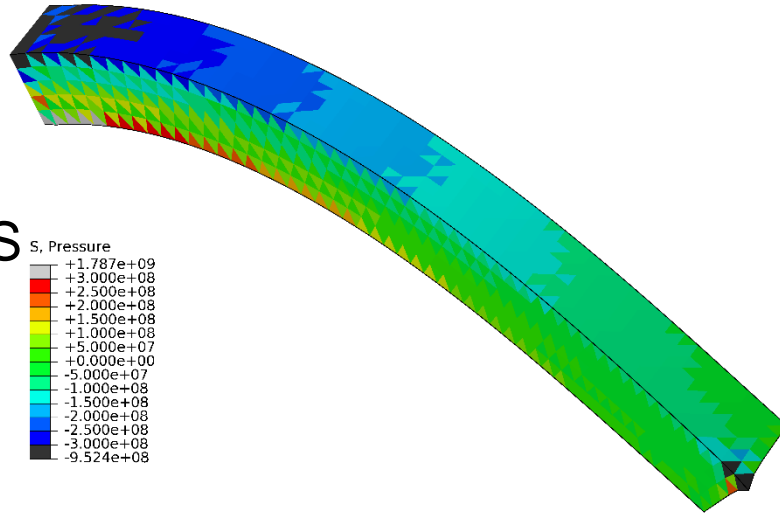
- 10m x 1m x 1m の片持ち梁の先端に死荷重.
- Neo-Hookean超弾性体: $T = 2C_{10} \frac{\text{Dev}(\bar{\mathbf{B}})}{J} + \frac{2}{D_1} (J - 1) \mathbf{I}$.
- C_{10} は 1 GPa で一定とし, D_1 を変化させて初期ポアソン比を0.49, 0.499の2通りに設定.
- 四面体の構造メッシュと非構造メッシュの2つを用意.
- ABAQUSの4節点四面体ハイブリッド要素(C3D4H)と比較.

超弾性片持ち梁の曲げ解析

構造メッシュ
の解析結果

$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$



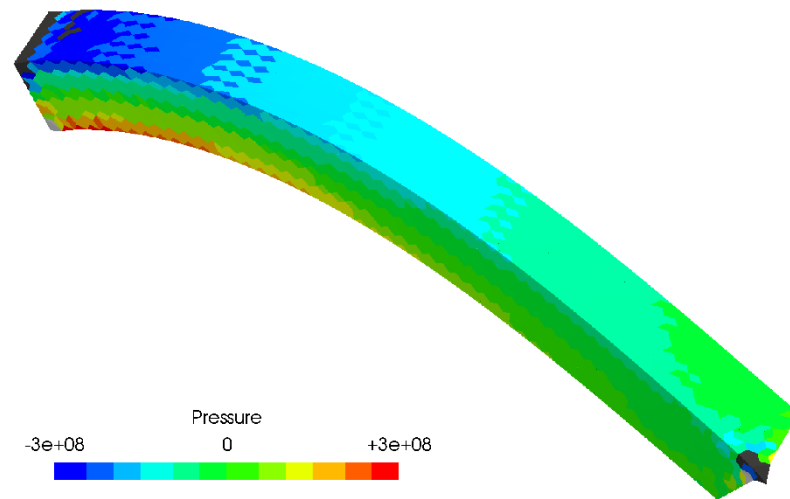
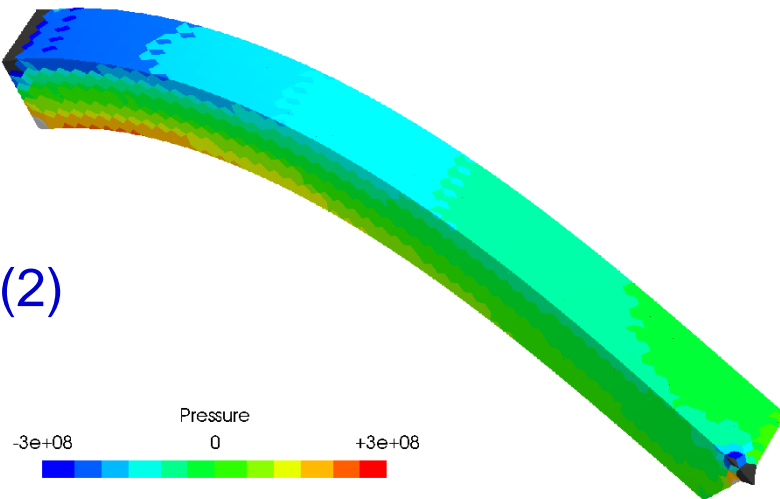
超弾性片持ち梁の曲げ解析

構造メッシュ
の解析結果

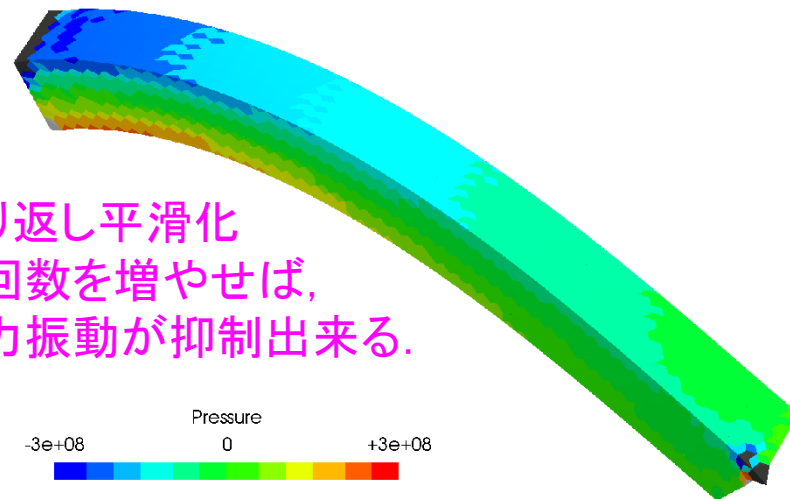
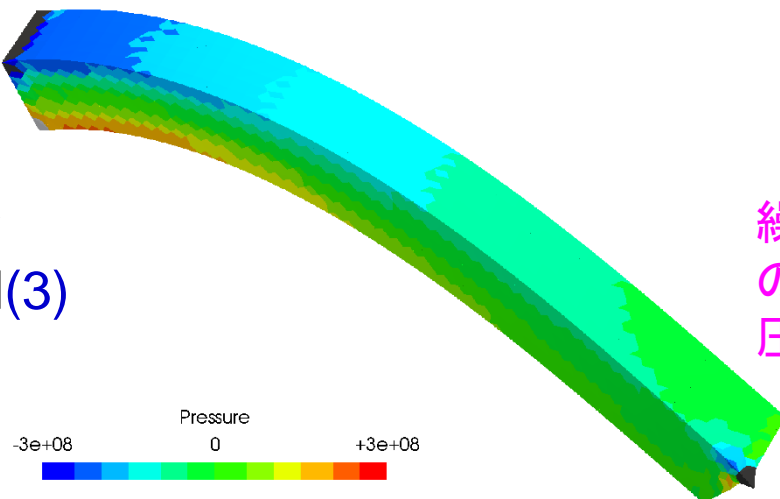
$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$

F-bar
ES-FEM(2)



F-bar
ES-FEM(3)



繰り返し平滑化
の回数を増やせば、
圧力振動が抑制出来る。

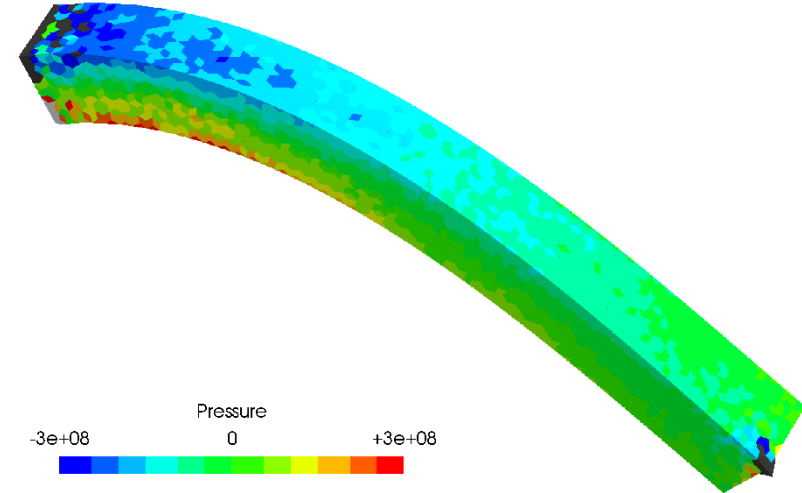
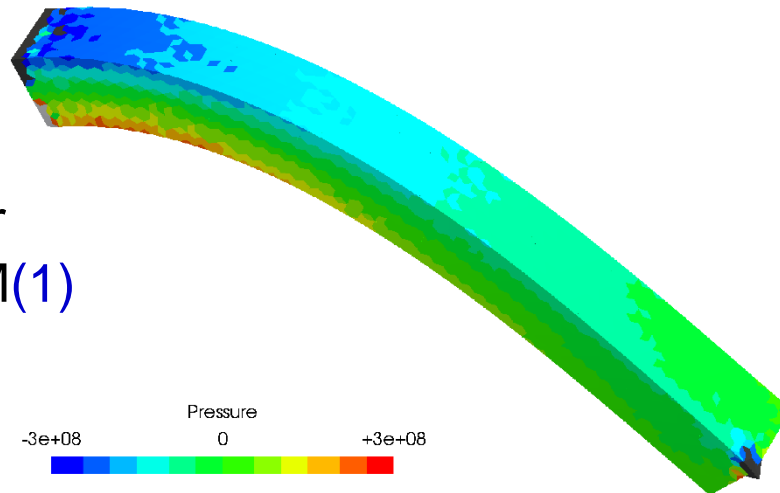
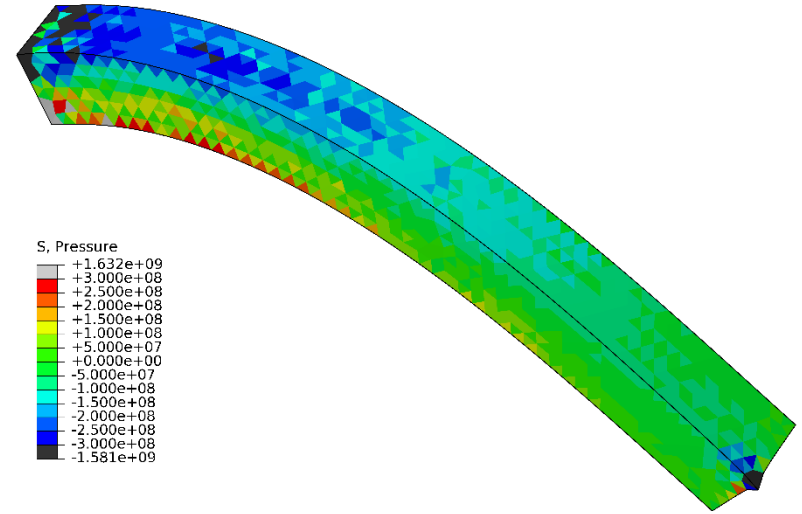
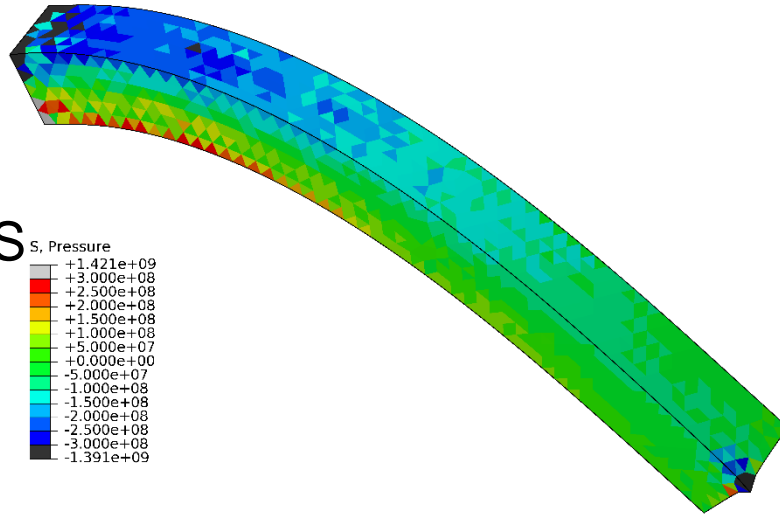


超弾性片持ち梁の曲げ解析

**非構造メッシュ
の解析結果**

$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$



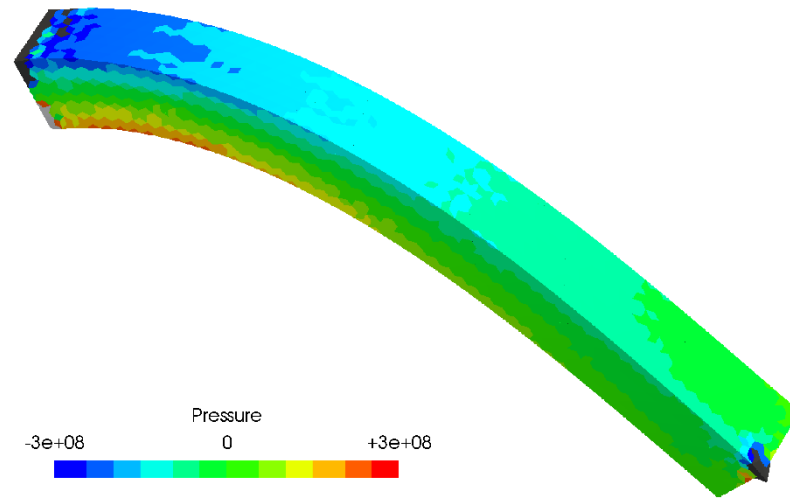
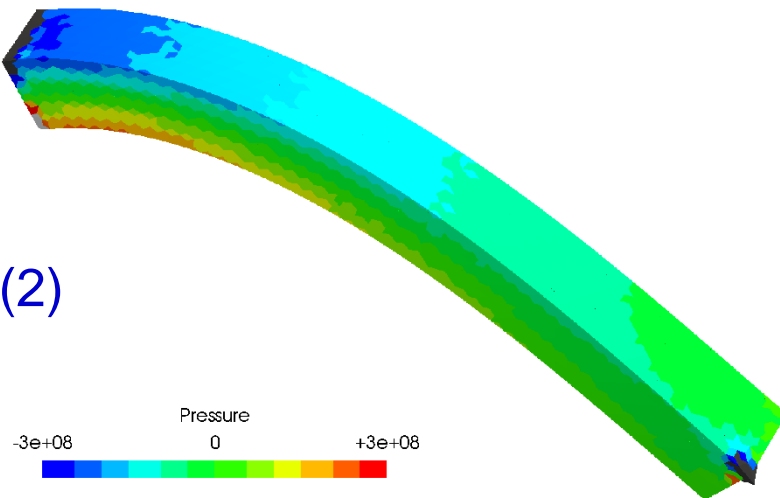
超弾性片持ち梁の曲げ解析

非構造メッシュ
の解析結果

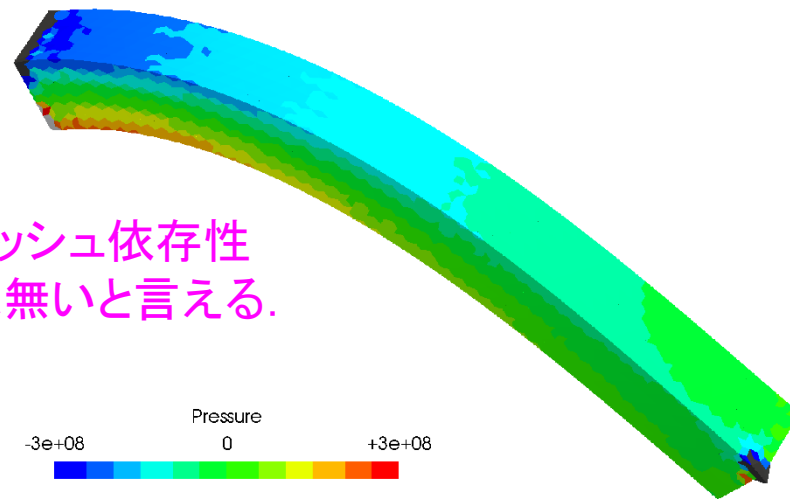
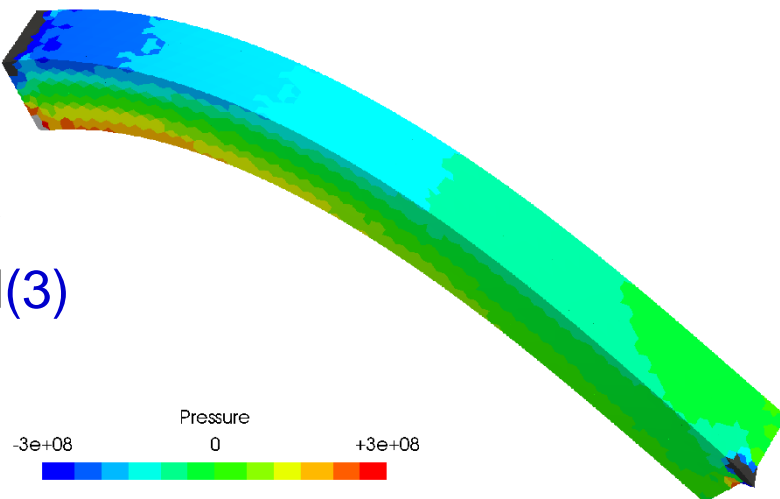
$$\nu^{\text{ini}} = 0.49$$

$$\nu^{\text{ini}} = 0.499$$

F-bar
ES-FEM(2)



F-bar
ES-FEM(3)



メッシュ依存性
は無いと言える。